

УДК 534.1:539.3

Динамічне згинання балки з бінарним закріпленням країв

В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський

*Харківський національний технічний університет сільського господарства
ім. Петра Василенка (Харків, Україна)*

Розглянуто деформування балки при короткочасному силовому навантаженні імпульсом, розподіленим по її довжині. Припускається, що умови закріплення кінців балки залежать від знаку прогину або кутів повороту її торців.

При дії силового навантаження, а також деякий час після нього, кути повороту дорівнюють нулю, тобто кінці балки жорстко затиснуті, а після зміни знаку переміщення вони стають вільно обіпертими в циліндричних шарнірах. Тому рух балки поділено на два етапи. На першому з них, коли краї балки жорстко затиснуті, розв'язок задачі виражено в функціях О. М. Крилова.

Виведено компактну формулу для розрахунку позитивного переміщення балки та згинальних моментів на опорах і в серединному перерізі. Показано, що максимуми цих величин не перевершують їх подвійних статичних значень. Виведено також формули для обчислення часу, коли досягаються максимуми, та формулу для обчислення тривалості першого етапу руху. На другому етапі руху розвантажена балка з шарнірно обіпертими краями здійснює вільне коливання. Від'ємні переміщення балки та згинальний момент в ній подано в тригонометричних рядах. Проведено числові розрахунки.

Встановлено, що при малих тривалостях силового імпульсу порівняно з періодом основного тону коливання, амплітуди прогинів у бік силового навантаження менші ніж амплітуди прогинів балки в протилежний бік. Це стосується і амплітуд згинальних моментів по середині балки. По мірі зростання тривалості дії імпульсу, цей динамічний ефект, властивий коливальним системам з несиметрично характеристикою пружності, перестає проявлятися.

За підсумками розрахунків побудовано графіки зміни у часі прогинів та згинальних моментів у характерних перерізах балки. Досліджено також вплив кількості обчислених членів в часткових сумах рядів на точність (збіжність) числових результатів. Таким чином, застосований метод припасовування розв'язків виявився ефективним способом одержання аналітичних результатів в розглянутій нелінійній задачі, спрощення якої вдалося досягти за рахунок вибору окремого розподілу силового навантаження по довжині балки. Саме він дозволив одержати декілька компактних розрахункових формул для першого етапу руху.

Ключові слова: силовий імпульс, динамічне згинання балки, бінарні крайові умови, аналітичні розв'язки, динамічний ефект несиметрії пружної характеристики.

Постановка проблеми. Балки відносяться до поширених в техніці конструктивних елементів. У сільськогосподарському машинобудуванні їх використовують в якості силових елементів різних сільськогосподарських машин. Від міцності таких елементів залежить працездатність конструкцій. Тому методи розрахунку міцності балок висвітлено в численній навчальній і науковій літературі [1-4]. Динамічне деформування балок та інших твердих тіл при дії силових і ударних навантажень розглянуто в [5-8]. На відміну від відомих публікацій, де подано методи розрахунку балок при класичних варіантах закріплення країв, тут іде мова про спеціальний варіант крайових умов, що призводить до нелінійності задачі. Припускається, що вони залежать від знаку прогинів балки. Для прогинів балки в напрямі дії зовнішнього силового імпульсу краї вважаються жорстко затиснутими, а в протилежному напрямі – вони шарнірно обіперті. Така зміна крайових умов можлива

лише в умовах коливань, коли кути повороту торців балки змінюють знак. Тому названі крайові умови не стосуються статичних навантажень, тобто задач статички.

Формулювання мети дослідження. Метою статті є аналіз особливостей руху балки з бінарним закріпленням її країв при короткочасному імпульсному навантаженні.

Для досягнення поставленої мети вибрано метод припасовування розв'язків двох лінійних задач, що відповідають окремим етапам руху балки з різними варіантами граничних умов.

Диференціальне рівняння руху та його розв'язки. Виходячи з розрахункової схеми, що зображена на рис. 1, динамічне деформування балки поділяємо на два етапи. На першому з них діяв силовий імпульс, тому балка з затиснутими краями має додатні переміщення того ж напрямку, що й імпульс, а на другому етапі вони від'ємні та стосуються руху розвантаженої балки з шарнірно обіпертими краями.

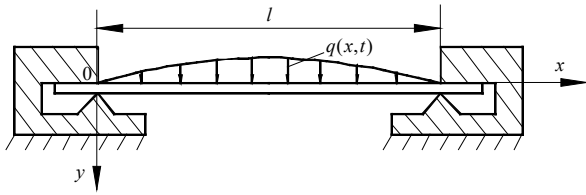


Рис. 1. Розрахункова схема балки

Прогини балки $y = y(x, t)$ на першому етапі $t \in [0; t_*]$ описуємо диференціальним рівнянням:

$$EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^4} + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = qX \left(\lambda \frac{x}{l} \right) [H(t) - H(t - \tau)], \quad (1)$$

де EJ – згинальна жорсткість балки; ρF – її погонна маса; q – інтенсивність розподіленого навантаження; l – довжина балки; τ – тривалість дії силового імпульсу; $H(t), H(t - \tau)$ – одиничні функції Хевісайда; x – позовжня координата; t – час.

Функція розподілу силового навантаження $X \left(\lambda \frac{x}{l} \right)$ задовольняє умовам:

$$X(0) = \frac{dX}{dx} \Big|_{x=0} = 0; \quad X(l) = \frac{dX}{dx} \Big|_{x=l} = 0$$

і подається виразом:

$$X \left(\lambda \frac{x}{l} \right) = u \left(\lambda \frac{x}{l} \right) - \beta V \left(\lambda \frac{x}{l} \right),$$

у якому $\lambda \approx 4,730041$; $\beta \approx 0,982502$;

$$u \left(\lambda \frac{x}{l} \right) = \frac{1}{2} \left[ch \left(\lambda \frac{x}{l} \right) - \cos \left(\frac{\lambda x}{l} \right) \right];$$

$$V \left(\lambda \frac{x}{l} \right) = \frac{1}{2} \left[sh \left(\lambda \frac{x}{l} \right) - \sin \left(\lambda \frac{x}{l} \right) \right] -$$

функції О. М. Крилова.

Розв'язок рівняння (1) подаємо добутком:

$$y(x, t) = f(t) X \left(\lambda \frac{x}{l} \right), \quad (2)$$

з невідомим множником $f(t)$.

Зазначимо, що вираз (2) задовольняє умовам жорсткого затиснення кінців балки.

Підстановка (2) в (1) дає диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \Omega^2 f = \frac{q}{\rho F} \cdot [H(t) - H(t - \tau)], \quad (3)$$

де
$$\Omega = \frac{\lambda^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}.$$

При нульових початкових умовах:

$$f(0) = 0; \quad \frac{df}{dt} \Big|_{t=0} = 0$$

рівняння (3) має розв'язок [9]:

$$f(t) = \frac{q}{\rho F \Omega^2} \begin{cases} 1 - \cos(\Omega t) & t \leq \tau \\ 2 \sin \frac{\Omega \tau}{2} \sin \left(\Omega \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right) & \text{при } t \geq \tau. \end{cases} \quad (4)$$

Тому, згідно з (2) і (4), на першому етапі руху прогини балки в напрямі дії імпульсу описуються виразом:

$$y(x, t) = \frac{q}{\rho F \Omega^2} \left[u \left(\lambda \frac{x}{l} \right) - \beta V \left(\lambda \frac{x}{l} \right) \right] \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

де
$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 - \cos(\Omega t) & t \leq \tau \\ 2 \sin \frac{\Omega \tau}{2} \sin \left(\Omega \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right) & \text{при } t \geq \tau. \end{cases}$$

Далі тривалість імпульсу вважаємо такою, що:

$$\tau < \frac{2\pi}{\Omega}.$$

Тоді тривалість першого етапу руху, коли $y(x, t) \geq 0$, легко обчислити за формулою:

$$t_* = \frac{\pi}{\Omega} + \frac{\tau}{2}.$$

Із (5), для обчислення прогинів середини балки $\left(x = \frac{l}{2} \right)$, впливає компактна формула:

$$y \left(\frac{l}{2}, t \right) \approx \frac{0,79407 \cdot q}{\rho F \Omega^2} \varphi(t).$$

Якщо тривалість дії навантаження задовольняє нерівності:

$$\tau \leq \frac{\pi}{\Omega},$$

то максимум переміщення середини балки досягається при

$$t = t_0 = \frac{\pi}{2\Omega} + \frac{\tau}{2}$$

і становить:

$$\max y\left(\frac{l}{2}, t\right) = a_0 \approx \frac{1,58815 \cdot q}{\rho F \Omega^2} \sin \frac{\Omega \tau}{2},$$

тобто він найбільший, коли $\tau = \frac{\pi}{\Omega}$.

Для імпульсу, у якого $\tau > \frac{\pi}{\Omega}$, найбільший прогин середини балки вниз дорівнює двом статичним прогинам:

$$a_0 \approx \frac{1,58815 \cdot q}{\rho F \Omega^2} = 2y_{ст}\left(\frac{l}{2}\right)$$

і настає він при $t = t_0 = \frac{\pi}{\Omega}$.

Користуючись (5) легко знайти і згинальні моменти в балці.

Так для обчислення згинальних моментів на опорах одержуємо вираз:

$$M(0, t) = M(l, t) = -\frac{q l^2}{\lambda^2} \varphi(t).$$

Згинальний момент в середині балки становить:

$$M\left(\frac{l}{2}, t\right) \approx 0,60783 \frac{q l^2}{\lambda^2} \varphi(t).$$

Якщо баимо: $|M(0, t)| > M\left(\frac{l}{2}, t\right)$.

Найбільші значення моментів маємо при $t = t_0$, коли $\tau \geq \frac{\pi}{\Omega}$. Тоді:

$$\max |M(0, t)| = \max |M(l, t)| = \frac{2q l^2}{\lambda^2};$$

$$\max M\left(\frac{l}{2}, t\right) \approx 1,21566 \frac{q l^2}{\lambda^2}.$$

Вони дорівнюють двом статичним значенням.

На другому етапі руху, коли $t > t_*$, права частина рівняння (1) дорівнює нулю. Його розв'язок розгортається в ряд:

$$y(x, t) = \sum_{m=1,3,\dots} b_m \sin(\omega_m(t-t_*)) \sin(\alpha_m x), \quad (6)$$

де
$$\alpha_m = \frac{m\pi}{l}; \quad \omega_m = \alpha_m \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}.$$

Рівність похідних по t з виразів (5), (6) при $t = t_*$, дає співвідношення:

$$\sum_{m=1,3,\dots} b_m \omega_m \sin(\alpha_m x) =$$

$$= -\frac{2q}{\rho F \Omega} \left[u\left(\lambda \frac{x}{l}\right) - \beta V\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right] \cdot \sin \frac{\Omega \tau}{2}.$$

Із нього випливає, що:

$$b_m = -\frac{4q \cdot \sin \frac{\Omega \tau}{2}}{\rho F \Omega \omega_m l} \times$$

$$\times \int_0^l \left[u\left(\lambda \frac{x}{l}\right) - \beta V\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right] \sin(\alpha_m x) dx.$$

Інтеграл по x тут виражається через елементарні функції.

Тому:

$$b_m = -\frac{2qm\pi \cdot \sin \frac{\Omega \tau}{2}}{\rho F \Omega \omega_m} \times \left(\frac{1 + ch\lambda - \beta sh\lambda}{m^2 \pi^2 + \lambda^2} - \frac{1 + \cos \lambda - \beta \sin \lambda}{m^2 \pi^2 - \lambda^2} \right). \quad (7)$$

У підсумку, для обчислення прогину середини балки вгору та згинального моменту в цьому перерізі одержуємо формули:

$$y\left(\frac{l}{2}, t\right) = \sum_{m=1,3,\dots} b_m \sin(\omega_m(t-t_*)) \sin \frac{m\pi}{2}; \quad (8)$$

$$M\left(\frac{l}{2}, t\right) = EJ \sum_{m=1,3,\dots} b_m \alpha_m^2 \sin(\omega_m(t-t_*)) \sin \frac{m\pi}{2},$$

де b_m – подається виразом (7).

Підкреслимо, що ряд для $M\left(\frac{l}{2}, t\right)$ має повільну збіжність. Тому доводиться обчислювати багато його членів.

Використовуючи (8), можна знайти амплітуду відхилення середини балки вгору a_1 , та порівняти її з амплітудою відхилення a_0 .

Числові результати. Їх одержано при $EJ = 7,35 \cdot 10^5$ Па·м⁴; $\rho F = 11,5$ кг/м (двотавр № 12), $l = 5$ м; $q = 2 \cdot 10^3$ Н/м; $\Omega = 226,2479$ с⁻¹ і різних значеннях τ . На рис. 2 зображено графіки прогинів середини балки для трьох варіантів імпульсів. На графіках, помічених цифрами 1 і 2, амплітуди прогинів вгору більші за амплітуди прогинів вниз, куди був спрямований імпульс.

На графіку, позначеному цифрою 3, маємо супротивну нерівність. Отже, зі збільшенням тривалості дії імпульсу перестає проявлятися ефект несиметрії пружності характеристики системи.

Аналогічні закономірності стосуються і графіків, побудованих на рис. 3. Це прогини балки в перерізі $x = l/4$.

Вони мають менші значення, ніж прогини середини балки на рис. 2, що узгоджується

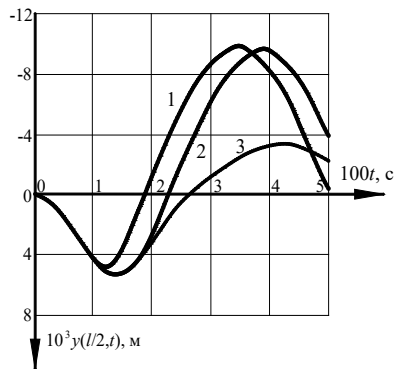


Рис. 2. Графіки прогинів середини балки: 1 – $\tau = 0,01$ с; 2 – $\tau = 0,018$ с; 3 – $\tau = 0,025$ с

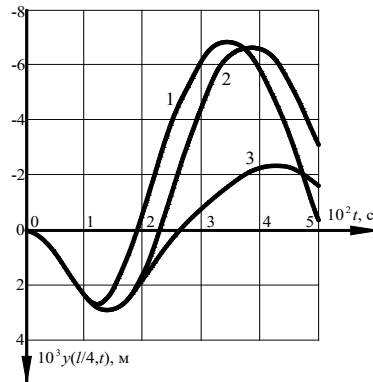


Рис. 3. Графіки прогинів балки при $x = l/4$: 1 – $\tau = 0,01$ с; 2 – $\tau = 0,018$ с; 3 – $\tau = 0,025$ с

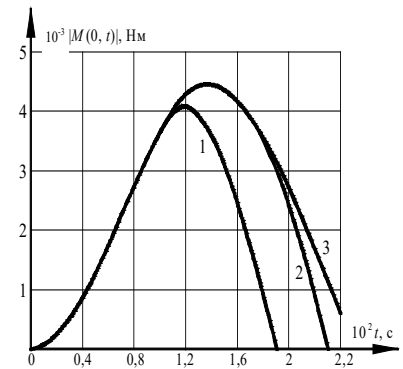


Рис. 4. Графіки згинальних моментів на опорах: 1 – $\tau = 0,01$ с; 2 – $\tau = 0,018$ с; 3 – $\tau = 0,025$ с

Таблиця 1. Екстримальні значення згинальних моментів при $x = \frac{l}{2}$ і час їх досягнення

$10^2 \tau, \text{ с}$	$\max M\left(\frac{l}{2}, t\right), \text{ Нм}$	$t_0, \text{ с}$	$\min M\left(\frac{l}{2}, t\right), \text{ Нм}$	$t_1, \text{ с}$
1	2458,5	0,01194	-3211,8	0,0346
1,8	2716,8	0,01389	-3171,3	0,0386
2,5	2716,8	0,01389	-1086,6	0,0411

Максимуми мають місце при $t = t_0$, а мінімуми при $t = t_1$. Зростання τ супроводжується зменшенням $\min M\left(\frac{l}{2}, t\right)$. Для малих тривалостей імпульсу $\left| \min M\left(\frac{l}{2}, t\right) \right| > \max M\left(\frac{l}{2}, t\right)$, тобто проявляється динамічний ефект несиметрії характеристики пружності системи і для згинальних моментів.

Про швидкість збіжності рядів по m в (8) надана інформація в табл. 2. Розрахунки проведено при $\tau = 0,01$ с, зі збереженням інших вихідних даних. Як бачимо, ряд для

з заданим розподілом навантаження по координаті x .

На рис. 4 нанесено графіки зміни у часі згинальних моментів на опорах на першому етапі руху. Графіки, позначені цифрами 2 і 3, мають спільний максимум, бо він не змінюється, коли $\tau > \pi/\Omega$.

Амплітудні значення згинальних моментів по середині балки та час їх досягнення при різних τ вказано в табл. 1.

прогину збігається значно швидше, ніж ряд для згинального моменту. Десять членів ряду для прогину дають часткову суму з точністю до трьох знаків після коми, тоді як для згинального моменту потрібно обчислювати значно більше членів.

Висновки.

У балки з бінарним закріпленням країв при короткочасному імпульсному навантаженні, проявляється динамічний ефект несиметрії характеристики пружності системи, коли амплітуди прогинів балки в напрямі силового навантаження менші за амплітуди прогинів у протилежний бік. По мірі зростання тривалості імпульсу цей динамічний ефект зникає.

Таблиця 2. Значення часткових сум для прогинів і згинальних моментів в різні моменти часу

Кількість членів	$100t$, с	$-10^3 y\left(\frac{l}{2}, t\right)$, м	$-M\left(\frac{l}{2}, t\right)$, Нм
1	2,5	5,571	1616,469
1	3,5	9,714	2818,728
1	4,0	8,355	2424,360
3	2,5	5,439	1247,109
3	3,5	9,873	3198,625
3	4,0	8,367	2415,628
5	2,5	5,438	1224,941
5	3,5	9,873	3205,563
5	4,0	8,367	2415,444
10	2,5	5,437	1210,325
10	3,5	9,873	3198,154
10	4,0	8,367	2418,538
100	2,5	5,437	1212,913
100	3,5	9,873	3199,019
100	4,0	8,367	2419,871
200	2,5	5,437	1212,913
200	3,5	9,873	3199,014
200	4,0	8,367	2419,865

Література

1. Биргер И. А. Расчеты на прочность деталей машин : справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шор, Г. Б. Йосилевич. – Москва: Машиностроение, 1979. – 702 с.
2. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – Київ: Вища школа, 2004. – 655 с.
3. Шкельов Л. Т. Опір матеріалів / Л. Т. Шкельов, А. М. Станкевич, Д. В. Пошивач. – Київ: ЗАТ «Віпол», 2011. – 456 с.
4. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / А. П. Филиппов. – Москва : Машиностроение, 1970. – 734 с.
5. Филиппов А. П. Деформирование элементов конструкций под действием ударных и импульсных нагрузок / А. П. Филиппов, С. С. Кохманюк, Е. Г. Янютин. – Киев : Наукова думка, 1978. – 183 с.

6. Кохманюк С. С. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок / С. С. Кохманюк, А. С. Дмитриев, Г. А. Шелудько и др. – Киев : Наукова думка, 1989. – 304 с.

7. Янютин Е. Г. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций / Е. Г. Янютин, И. В. Янчевский, А. В. Воропай, А. С. Шарапата. – Харьков : ХНАДУ, 2004. – 392 с.

8. Ольшанский В. П. Колебания стержней и пластин при механическом ударе / В. П. Ольшанский, Л. Н. Тищенко, С. В. Ольшанский. – Харьков : Міськдрук, 2012. – 320 с.

9. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Ленинград : Машиностроение, 1976. – 320 с.

References

1. Birger, I.A., Shor, B.F. and Josilevich, G.B. (1979). *Raschety na prochnost' detalej mashin: spravochnik*. Moskva: Mashinostroenie, p702.
2. Pysarenko, G.S., Kvitka, O.L. and Umans'kyj, E.S. (2004). *Opir materialiv*. Kyi'v: Vyshha shkola, p655.
3. Shkel'ov, L.T., Stankevych, A.M. and Poshyvach, D.V. (2011). *Opir materialiv*. Kyi'v: ZAT «Vipol», p456.
4. Filippov, A.P. (1970). *Kolebanija deformiruemih sistem*. Moskva: Mashinostroenie, p734.
5. Filippov, A.P., Kohmanjuk, S.S. and Janjutin, E.G. (1978). *Deformirovanie jelementov kon-strukcij pod dejstviem udarnyh i impul'snyh nagruzok*. Kiev: Naukova dumka, p183.
6. Kohmanjuk, S.S., Dmitriev, A.S., Shelud'ko, G.A. etc. (1989). *Dinamika konstrukcij pri vozdejstvii kratkovremennyh nagruzok*. Kiev: Naukova dumka, p304.
7. Janjutin, E.G., Janchevskij, I.V., Voropaj, A.V. and Sharapata, A.S. (2004). *Zadachi impul'snogo deformirovanija jelementov konstrukcij*. Har'kov: HNADU, p392.
8. Ol'shanskij, V.P., Tishhenko, L.N. and Ol'shanskij, S.V. (2012). *Kolebanija sterzhnej i plastin pri mehanicheskom udare*. Har'kov: Mis'kdruk, p320.
9. Panovko, Ja.G. *Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara*. Leningrad: Mashinostroenie, p320.

Аннотация

Динамический изгиб балки с бинарным закреплением краев

В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский

Рассмотрено деформирование балки при кратковременном силовом нагружении импульсом, распределенным по ее длине. Предполагается, что условия закрепления концов балки зависят от направления прогиба, то есть от углов поворота ее торцов.

При действии силового нагружения, а также при некотором времени и после него, углы поворота равны нулю, ибо концы балки жестко защемлены, а после изменения знака перемещения они становятся свободно опертыми в цилиндрических шарнирах. Поэтому движение балки разделено на два этапа. На первом из них, когда края балки жестко защемлены, решение задачи выражено в функциях А. Н. Крылова.

Выведены компактные формулы для расчета положительного перемещения балки и изгибающих моментов на опорах и в срединном сечении. Показано, что максимумы этих величин не превышают удвоенных их статических значений. Выведено также формулы для вычисления времени, когда достигаются максимумы и формула для вычисления продолжительности первого этапа движения. На втором этапе движения разгруженная балка с шарнирно опертыми краями совершает свободное колебание. Отрицательное перемещение балки и изгибающий момент в ней представлены в тригонометрических рядах. Проведены численные расчеты.

Установлено, что при малых продолжительностях силового импульса по сравнению с периодом основного тона колебаний амплитуды прогибов в сторону силового нагружения меньше нежели амплитуды прогибов балки в противоположную сторону. Это касается и амплитуд изгибающих моментов по середине балки. По мере нарастания продолжительности действия импульса этот динамический эффект, свойственный колебательным системам с несимметричной характеристикой упругости, исчезает.

По итогам расчетов построены графики изменения во времени прогибов и изгибающих моментов в характерных сечениях балки. Исследовано также влияние количества вычисленных членов в частичных суммах рядов на точность (сходимость) числовых результатов. Таким образом, использованный метод припасовывания решений оказался эффективным способом получения аналитических результатов в решаемой нелинейной задаче, упрощение которой удалось достичь за счет выбора отдельного распределения силового нагружения по длине балки. Именно он позволил получить несколько компактных расчетных формул для первого этапа движения.

Ключевые слова: *силовой импульс, динамический изгиб балки, бинарные краевые условия, аналитические решения, динамический эффект несимметрии упругой характеристики.*

Abstract

Dynamic bend of beams with binary edge fixing

V. P. Olshansky, S. V. Olshansky

The deformation of a beam under short-time force loading by a pulse distributed along its length is considered. It is assumed that the conditions for securing the ends of the beam depend on the direction of deflection, that is, on the angles of rotation of its ends.

Under the action of force loading, as well as for some time and after it, the angles of rotation are zero, since the ends of the beam are rigidly clamped, and after changing the sign of displacement they become freely supported in the cylinder hinges. Therefore, the motion of the beam is divided into two stages. On the first of them, when the edges of the beam are rigidly constrained, the solution of the problem is expressed in the functions of A. N. Krylov.

A compact formula has been derived for calculating the positive displacement of the beam and the bending moments on the supports and in the median section. It is shown that the maxima of these quantities do not exceed their doubled static values. Formulas are also derived for calculating the time when the maxima and the formula for calculating the duration of the first stage of motion are reached. At the second stage of the movement, the unloaded beam with hinged edges is freely oscillated. The negative displacement of the beam and the bending moment in it are represented in trigonometric series. Numerical calculations are carried out.

It is established that for small duration of the power pulse, in comparison with the period of the fundamental tone of the oscillations, the amplitude of the deflections toward the force loading is less than the amplitude of the deflections of the beam in the opposite direction. This also applies to the amplitudes of the bending moments along the middle of the beam. As the duration of the action of the pulse increases, this dynamic effect, characteristic of vibrational systems with an asymmetric elasticity characteristic, disappears.

Based on the results of calculations, graphs of the time variation of deflections and bending moments in the characteristic cross sections of the beam are plotted. The effect of the number of computed terms in partial sums of series on the accuracy (convergence) of numerical results is also investigated. Thus, the used method of fitting solutions proved to be an effective way of obtaining analytical results in the solved nonlinear problem, the simplification of which was achieved due to the choice of a separate force load distribution along the length of the beam. It was he who allowed us to obtain several compact computational formulas for the first stage of the movement.

Keywords: *power pulse, dynamic beam bending, binary boundary conditions, analytical solutions, dynamic asymmetry effect of the elastic characteristic.*

Представлено від редакції: О.І. Завгородній / Presented on editorial: O.I. Zavorodnii

Рецензент: С.О. Харченко / Reviewer: R.V. Antoshhenkov

Подано до редакції / Received: 04.09.2018