

УДК 631. 563.9 (621.798)

## Дослідження процесу перекочування рулону на опорно-приводних роликах

А.Я. Здобицький

Львівський національний аграрний університет  
(м. Львів, Україна), [zdanyar31@ukr.net](mailto:zdanyar31@ukr.net)

Досліджено динаміку процесу обгортання рулонів сінажу полімерною стрічкою, та виведено аналітичні залежності між конструктивними і кінематичними параметрами обгортача та фізико-механічними, зокрема реологічними властивостями рулону спресованої сінажної маси. Розглянуто взаємодію опорно-приводних роликів із рулоном сінажу за умови що рулон – жорсткий, а рулон сінажу в'язко-пружно-пластичний. З застосуванням принципу Вольтера виведено аналітичну залежність, що описує закономірності зміни параметрів напружено-деформованого стану рулону сінажу залежно від модулів пружності одновісного стиску (розтягу) і зсуву та коефіцієнтів відносної деформації рулону, що є змінними в часі. Запропоновано розв'язання умови перекочування пружно-в'язкого рулону (тюка) на жорсткому ролику з використанням пружної задачі. За заданими горизонтальними  $U_{k[x]}$  і вертикальними  $V_{k(x)}$  зміщеннями рулону, з використанням співвідношення Мухелішвілі та заміною операторів Вольтера параметрами Ляме отримано залежність для визначення нормального тиску рулону на ролики за дії дотичних і нормальних напружень, що виникають у зоні їх контакту. За припущення, що оператор  $\chi$  є функцією коефіцієнта поперечної деформації та використанням співвідношенням Сохоцького-Племеля отримано два сингулярних рівняння, з яких перше слугує для визначення нормального тиску рулону та роликів  $P_{(s)}$ , а друге – для дотичних напружень  $\tau$  у зоні контакту. Виведено аналітичну залежність для визначення дотичних напружень в точках контакту  $x = -a$  і  $x = b$ ,  $c_1 = 0$  залежно від параметрів ядра повзучості, модулів пружності першого і другого роду, швидкості кочення, радіусу ролика, коефіцієнта поперечних і повздовжніх деформацій та початкового і тривалого нормальних напружень.

**Ключові слова:** обгортач, рулон сінажу, ролик, ядро повзучості, резольвента, модуль пружності, деформація, напруження.

**Вступ.** В технологічному процесі заготівлі сінажу важливою операцією є герметизація рулонів корму, спресованого в рулон, що залежить від ефективності та якісної роботи обладнання, яке здійснює обгортання їх полімерною стрічкою.

Основними факторами, що в достатньо повній мірі характеризують процес обгортання рулонів сінажу полімерною стрічкою, є: взаємодія рулону і роликів, співвідношення між частотою обертання рухомої платформи та частотою обертання роликів, розмірно-масові характеристики і фізико-механічні властивості рулону сінажу.

**Постановка проблеми.** Обгортання сформованого прес-підбирачем рулону сінажної маси полімерною стрічкою здійснюється внаслідок того, що опорно-приводні ролики, які встановлені паралельно осі рулону, надають йому обертального руху завдяки дотиканню твірних із поверхнею контакту ролика. Коли рулон перекочується на роликах, внаслідок недостатнього зчеплення виникає їх проковзування, а також відбувається його деформація внаслідок дії в радіальному напрямку сил тертя і сили власної ваги.

Тому для вирішення питань проектування обладнання, що здійснює обгортання рулонів (герметизацію), необхідно аналітично розглянути динаміку процесу та дослідити взаємодію опорно-приводних роликів із спресованим рулоном сінажної маси.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

З літературних джерел відомо [3 ; 11; 19], що в процесі деформації матеріалів рослинного походження їх характеристики та поведінка залежать від тих чи інших властивостей, що проявляються під дією різних умов, внаслідок чого вони можуть бути пружно-пластичним тілом, пружно-в'язким чи пружно- в'язко-пластичним.

Також під час взаємодії із робочими органами змінюється поперечний переріз тіла внаслідок поздовжнього розтягу та супроводжується пропорційним його звуженням у поперечному напрямі, а під час стиску тіла в повздовжньому напрямі має місце розширення тіла в поперечному напрямі [6; 9; 19].

Описання напружено деформованого стану суцільного середовища учені здійснювали за допомогою тензорів напружень і деформацій.

Оскільки на початковій стадії навантаження діє закон Гука, виникнення пластичних деформацій призводить до нелінійної залежності між напруженнями і деформацією.

Встановивши, що під час навантаження матеріалів їх деформація залежить від часу дії навантаження та усіх інших умов. Тому необхідно розглядати процес перекочування рулону на опорно-приводних роликах з позиції реології та встановити закономірності протікання деформації і умови втрати міцності матеріалів, пружності, пластичності і в'язкості, що є змінними в часі.

**Постановка завдання.** Під час обгортання рулон сінажної маси взаємодіє з опорно-приводними роликами (рис. 1), внаслідок чого виникають пружні, в'язкі деформації, які залежать від властивостей рулону, та тривалості процесу. Оскільки дослідження низки авторів [2; 6; 8; 19; 20] показують, що сільськогосподарським матеріалам притаманні реологічні властивості, то рулон сінажної маси необхідно досліджувати з позиції реології, тобто встановити його реологічне рівняння стану.

**Виклад основного матеріалу.** Припустимо, що рулон рухається відносно ролика зі швидкістю  $V_{р.л}$  ліворуч (рис. 1). Скористаємось методом перетворень (інверсії), надавши всій системі рух зі швидкістю  $V_{р.л}$  (праворуч із тією ж швидкістю  $V_{р.л}$ ). Внаслідок цього вісь ролика надалі буде рухатись праворуч зі швидкістю  $V_{р.р}$ , при цьому ролик обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ . За таких умов рулон сінажної маси, перекочуючись на роликах, деформується й ущільнюється. Скориставшись теорією кочення жорсткого колеса [15; 16] по поверхні, що деформується, визначимо напружено-деформований стан рулону спресованої рослинної маси і параметри роботи обгортача [8; 19].

Розв'язання задачі перекочування пружно-в'язкого рулону (тюка) на жорсткому ролику може бути здійснено з використанням пружної задачі [7] та заміни пружних констант операторами Вольтера [1]. Це можливо у разі, якщо функція часу може бути зведена до оператора виду

$$K^0 = 1 + \int_0^t K(t-\Theta) d\Theta \quad \text{або} \quad R^0 = 1 - \int_0^t R(t-\Theta) d\Theta, \quad (1)$$

де  $K(t-\Theta)$  та  $R(t-\Theta)$  – ядро повзучості та резольвента інтегрального рівняння, ядро релаксації;  $\Theta$  – біжуче значення часу  $t$ .

Якщо використати як рівняння стану таке нелінійне рівняння виду [10]:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0} \left[ f[\sigma(t)] + \int_0^t K(t-\Theta) f[\sigma(\Theta)] d\Theta \right], \quad (2)$$

де  $E$  – миттєвий модуль пружності першого ро-

ду;  $\sigma(t)$  – напруження в момент часу  $t$ ;  $\varepsilon(t)$  – деформація в момент часу  $t$ ;  $\sigma(\Theta)$  – функція зміни діючого напруження в часі, то за визначених видів ядра і функції напружень, функцію впливу часу можна звести до виду (1).

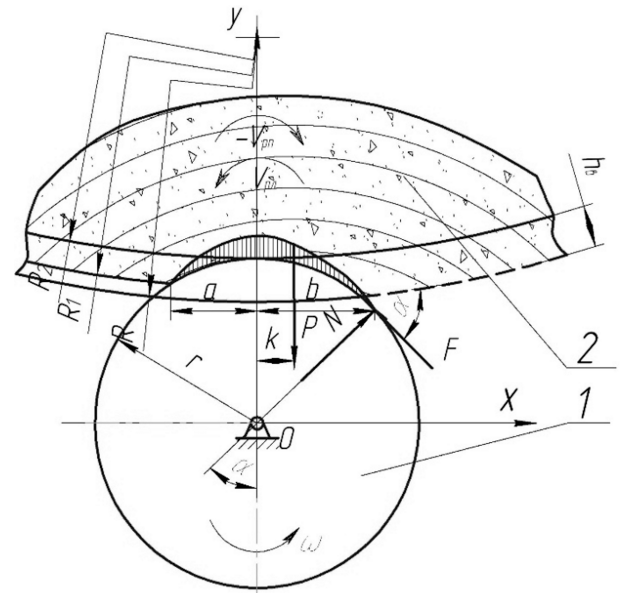


Рис. 1. Розрахункова схема перекочування рулону на ролику: 1 – опорно-приводний ролик, 2 – рулон сінажної маси

у разі, коли інтенсивність дотичних напружень не переходить тривалої межі міцності матеріалу, рівняння можна зобразити таким чином [14]:

$$\tau = \frac{\mu_0 \cdot \gamma_0}{1 + \int_0^t K(t) dt} \left( 1 + \frac{\sigma_{сп}}{H} \right), \quad (3)$$

де  $\mu_0$  – модуль пружності другого роду (модуль зсуву);  $H$  – напруження усестороннього стиску;  $\gamma_0$  – деформація зсуву.

Такий підхід справедливий для постійних в часі або тільки зростаючих напружень [5; 7], тоді деформації повзучості в цьому випадку є незворотними.

Однак під час перекочування рулону на жорстких роликах вплив незворотних деформацій на розподіл напружень у зоні розвантаження є незначним. Тому для визначення початкової і кінцевої глибини зминання необхідно врахувати відношення зворотних і залишкових складових повної деформації рулону.

Виходячи з раніше прийнятих припущень для випадку плоскої пружної задачі, рівняння напружено-деформованого стану рулону можна записати таким чином [19]:

$$\begin{aligned}(\sigma_x)_k &= \lambda_k \Theta_k + 2\mu_k (\varepsilon_x)_k, \\ (\sigma_y)_k &= \lambda_k \Theta_k + 2\mu_k (\varepsilon_y)_k, \\ (\tau_{xy})_k &= \mu_k (\gamma_{xy})_k,\end{aligned}\quad (4)$$

де  $\Theta = 3\varepsilon_{cp}$ ,  $\varepsilon_{cp}$  – середня деформація;  $\lambda, \mu$  – пружні сталі Ляме;  $k$  – індекс матеріалу.

Використовуючи принцип Вольтера [1], рівняння напружень можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}(\sigma_x)_k &= \bar{\lambda}_k \Theta_k^1 + 2\bar{\mu}_k (\varepsilon_x)_k, \\ (\sigma_y)_k &= \bar{\lambda}_k \Theta_k^1 + 2\bar{\mu}_k (\varepsilon_y)_k, \\ (\tau_{xy})_k &= \bar{\mu}_k (\gamma_{xy})_k.\end{aligned}\quad (5)$$

Для матеріалу ролика оператори трансформуються в пружні сталі Ляме, а для рулону сінажу набудуть вигляду таких залежностей [16, 20]:

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}_1 &= \lambda_1 \left[ 1 - \int_0^t K(t - \Theta) d\Theta \right] = \lambda_1 (1 - K^0), \\ \bar{\mu}_1 &= \mu_1 \left[ 1 - \int_0^t R(t - \Theta) d\Theta \right] = \mu_1 (1 - R^0).\end{aligned}\quad (6)$$

Якщо прийняти, що  $U_{k[x]}$  – горизонтальні, а  $V_{k(x)}$  – вертикальні зміщення рулону сінажу і ролика, то частинні похідні за координатою  $x$  (див. рис. 1) повинні задовольняти співвідношення Мухелішвілі [6; 7]:

$$\varphi_k^+(x) + \chi_k \varphi_k^-(x) = 2\mu_k [U_k^1(x) + iV_k^1(x)].$$

Замінивши параметри Ляме для матеріалу рулону (сінажної маси) операторами, отримуємо:

$$\begin{aligned}\varphi_1^+(x) + \bar{\chi}_1 \varphi_1^-(x) &= 2\mu_1 [U_1^1(x) + iV_1^1(x)], \\ \varphi_2^-(x) + \chi_2 \varphi_2^+(x) &= 2\mu_2 [U_2^1(x) + iV_2^1(x)].\end{aligned}\quad (7)$$

З рівності напружень на поверхнях контакту рулону сінажної маси і ролика можна записати:

$$\varphi_1 = -\varphi_2.$$

Оператор  $\chi$ , що є функцією коефіцієнта поперечної деформації [12], можна прийняти як константу, не залежну від часу. Вважаючи коефіцієнти поперечної деформації рулону і ролика рівними і такими, що мало впливають на результати розрахунків, можна спростити аналітичні залежності рівняння (7), внаслідок чого отримуємо:

$$\begin{aligned}\varphi_1^-(x) + \varphi_2^-(x) &= \frac{2}{1 + \chi} [\bar{\mu}_1 U_1^1(x) + \mu_2 U_2^1(x) - \\ &- i(\bar{\mu}_2 V_1^1(x) - \bar{\mu}_2 V_2^1(x))].\end{aligned}\quad (8)$$

Скориставшись співвідношенням Сохоцько-Глемеля (8), запишемо таку залежність:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi i} \int_{-a}^b \frac{P(s) + i\tau(s)}{s - x} ds &= \frac{2}{1 + \chi} [\mu_1 U_1^1(x) - \mu_2 U_2^1(x) - \\ &- i(\bar{\mu}_2 V_1^1(x) - \mu_2 V_2^1(x))].\end{aligned}\quad (9)$$

Розділивши дійсні та уявні частини в рівнянні (9), а також виконавши перетворення і домноживши його обидві частини на  $\pi$ , отримуємо два сингулярних рівняння, з яких перше слугує для знаходження нормального тиску рулону та роликів  $P(s)$ , друге – для визначення дотичних напружень у зоні контакту т:

$$\begin{aligned}-\int_{-a}^b \frac{P(s) ds}{s - x} &= \frac{2\pi}{1 + \chi} [\bar{\mu}_1 V_1^1(x) - \mu_2 V_2^1(x)], \\ \int_{-a}^b \frac{\tau(s) ds}{s - x} &= \frac{2\pi}{1 + \chi} [\bar{\mu}_1 U_1^1(x) - \mu_2 U_2^1(x)].\end{aligned}\quad (10)$$

Припустивши, що  $V_1^1(x) - V_2^1(x) \approx \frac{x}{R}$  і врахувавши рівність коефіцієнтів поперечних деформацій  $\chi = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} = 3 - 4\nu$  (де  $\nu$  – коефіцієнт Пу-

ассона), одержимо рівняння  $\frac{V_1^1(x)}{V_2^1(x)} = -\frac{\mu_2}{\bar{\mu}_1}$ , перетворивши яке отримуємо наступні:

$$V_1^1(x) = \frac{x}{r} \frac{\mu_2}{\bar{\mu}_1 + \mu_2},\quad (11)$$

$$V_2^1(x) = -\frac{x}{r} \frac{\mu_2}{\bar{\mu}_1 + \mu_2},$$

де  $r$  – радіус ролика (див. рис. 1).

Підставивши (11) в рівняння (10) і нехтуючи впливом часу на перерозподіл  $V_1^1(x)$  і  $V_2^1(x)$ , отримуємо:

$$\begin{aligned}-\int_{-a}^b \frac{P(s) ds}{s - x} &= \bar{A} \frac{x}{r}, \\ \int_{-a}^b \frac{\tau(s) ds}{s - x} &= \bar{A} F(x)\end{aligned}\quad (12)$$

де

$$\bar{A} = \frac{\pi \bar{\mu}_1 \mu_2}{(1 - \nu)(\mu_1 + \mu_2)}.$$

Підставивши в перше рівняння (12) значення оператора за формулою (6), одержимо:

$$\begin{aligned}-\int_{-a}^b \frac{P(s) ds}{s - x} &= \frac{\pi \mu_1 \mu_2 x}{r(1 - \nu)(\mu_1 + \mu_2)} - \\ &- \frac{\pi \mu_1 \mu_2 x R^0}{r(1 - \nu)(\mu_1 + \mu_2)}.\end{aligned}\quad (13)$$

Для того, щоб розв'язати рівняння (2.13) введемо нерухому систему координат:

$$x_1 = x + vt, \quad y_1 = y,$$

де  $v$  – швидкість кочення.

Тоді результат множення оператора  $R^0$  на  $x$  набуде вигляду:

$$R^0 x = x_1 \int_0^t R(t-\Theta) d\tau - \nu \int_0^t R(t-\Theta) d\Theta, \quad (14)$$

$$R^0(x_1 - \nu t) = x \int_0^t R(t-\Theta) d\Theta - \nu \int_0^t R(t-\Theta) \Theta d\Theta;$$

Підставивши рівняння (14) в (13), отримаємо:

$$-\int_{-a}^b \frac{P(s) ds}{s-x} = xN_1 + N_2,$$

де

$$N_1 = \frac{\pi\mu_1\mu_2}{r(1-\nu)(\mu_1 + \mu_2)} \left[ 1 - \varphi(\sigma_n) \int_0^t A_0 e^{-B_0(t-\Theta)} d\Theta \right], \quad (15)$$

$$N_2 = \frac{\pi\mu_1\mu_2 \cdot \nu}{r(1-\nu)(\mu_1 + \mu_2)} \varphi(\sigma_n) \int_0^t A_0 e^{-B_0(t-\Theta)} \Theta d\Theta,$$

де  $\varphi(\sigma_n) = 1 - \frac{\sigma_{\text{тп}}}{\sigma_0}$ ;  $A_0, B_0$  – параметри ядра повзучості;  $\sigma_0, \sigma_{\text{тп}}$  – початкове і тривале напруження.

Провівши інтегрування в рівнянні (15), матимемо:

$$N_1 = \frac{\pi\mu_1\mu_2}{r(1-\nu)(\mu_1 + \mu_2)} \times \left( 1 - \varphi(\sigma_n) \frac{A_0}{B_0} (1 - e^{-B_0 t}) \right), \quad (16)$$

$$N_2 = \frac{\pi\mu_1\mu_2 \cdot \nu}{r(1-\nu)(\mu_1 + \mu_2)} \varphi(\sigma_n) \times A_0 \left( \frac{t}{B_0} - \frac{1}{B_0^2} (1 - e^{-B_0 t}) \right).$$

Скориставшись методом Карлемана [13] для вирішення сингулярних рівнянь (10) запишемо

$$P(x) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{b-x}{a+x}} \left[ \left( \frac{a+b}{2} + x \right) N_1 + N_2 \right] + \frac{c_1}{\sqrt{(b-x)(a+x)}}. \quad (17)$$

Припускаючи, що напруження в точках контакту  $x = -a$  і  $x = b$ ,  $c_1 = 0$  отримаємо

$$\left[ \frac{1}{2}(a+b) + x \right] N_1 + N_2 = 0. \quad (18)$$

Враховуючи рівняння рівноваги

$$\int_{-a}^a P(s) ds = P,$$

$$a = \frac{N_2}{N_1} + \sqrt{\frac{2P}{N_1}}; b = -\frac{N_2}{N_1} + \sqrt{\frac{2P}{N_1}}, \quad (19)$$

де  $P$  – сила стиску, що припадає одиницю ширини рулону.

Провівши аналіз системи “ролик – рулон”, можемо зазначити, що в процесі перекочування в’язко-пружно-пластичного рулону сінажу на жорстких роликах виникають нормальні і дотичні напруження, які залежать від модулів пружності одновісного стиску (розтягу) і зсуву та коефіцієнтів відносної деформації рулону, що є змінними в часі. Тому їх необхідно дослідити експериментально для рівняння напружено-деформованого стану рулону сінажу.

**Висновки.** Отримано рівняння (7), яке характеризує умови роботоздатності обгортача та можливість підвищення його ефективності внаслідок забезпечення необхідного зчеплення рулону сінажу з опорно-приводними роликами. На основі їх взаємодії отримано рівняння (10) для знаходження нормального тиску на поверхнях контакту рулону та роликів, а також визначення дотичних напружень у зоні контакту.

Аналітично встановлено залежності між нормальними напруженнями, модулями пружності одновісного стиску і зсуву та коефіцієнтом відносної деформації рулону сінажу в процесі обгортання (15, 16), а також виведено лінійне рівняння (17), що описує зміну його напружено-деформованого стану в часі.

### Література

1. Громов В.Г. О математическом содержании принципа Вольтера в граничной задаче вязкоупругости / В.Г. Громов // ПММ. – 1971. – Т. 36, вып. 5. – С. 869 - 878.
2. Долгов И.А. Уборочные сельскохозяйственные машины (конструкция, теория, расчет) : учебник / И.А. Долгов. – Ростов н/Д : Изд. центр ДГТУ, 2003. – 707 с.
3. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин : навч. посібн. Т. 2, ч. 1 : Машина для заготівлі кормів / П.М. Заїка ; Харк. держ. техн. ун-т сільс. госп-ва. – Харків : ОКО, 2003. – 360 с.
4. Здобицький А.Я. Обґрунтування параметрів обгортача рулонів сінажу / А.Я. Здобицький // Молодежь и сельскохозяйственная техника в XXI веке : материалы Междунар. форума молодежи, (Харьков, 4 - 7 апр. 2007 г.). – Харьков: Харьк. науч.-техн. ун-т. сельс. хоз-ва. им. П. Василенко, 2007. – С 195.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести : учебник для студентов вузов / Н.Н. Малинин. – Изд. 2-е, перераб. и дополн.– М. : Машиностроение, 1975. – 400 с.
6. Мильніков О.В. Опір матеріалів. / О.В. Мильніков – Тернопіль: Видавництво ТНТУ, 2010. – 257с.
7. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – 5-е изд. – М.: Наука, 1966. – 708 с.

8. Особов В.И. Упруго-вязкие свойства грубых кормов / В.И. Особов, В.Г. Норейко. – М.: ВНИИЖТ, 1983. – 125 с.

9. Пйонтик Л.Д. Обгортання рулонів сенажу полімерною плівкою / Л.Д. Пйонтик, М. Д. Бурнаєв, М.В. Івасечко, А.Я. Здобицький // Вісник Львівського державного аграрного університету : агроінженерні дослідження. – 2006. – № 10. – С. 236 - 243.

10. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М. : Наука, 1966. – 752 с.

11. Рустамов С.Л. Физико-механические свойства растений и совершенствование режущих аппаратов уборочных машин / С.Л. Рустамов. – Донецк : Вища шк., 1981. – 172 с.

12. Саргсян А.Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов : учеб. для вузов. / А.Е. Саргсян. – 2-е изд. – М. : Высш. шк., 2000. – 286 с.

13. Сиротюк В.М. Взаємодія колеса з дерниною (теоретичні та експериментальні дослідження) / В.М. Сиротюк, Д.Д. Прокопенко // Наукові праці Львівського с.-г. інституту. – Львів, 1975. – Т. 60. – С. 26 - 35.

14. Сиротюк В.М. Обґрунтування параметрів обгортача рулонів сенажу / В.М. Сиротюк, І.О. Ніщенко, А.Я. Здобицький // Теорія і практика розвитку АПК : матеріали Міжнарод. наук.-практ. форуму, (Львів, 19 - 20 вер. 2006 р.). – Львів: Львівський держагроуніверситет, 2006. – С. 242 - 246.

15. Сиротюк В.Н. Взаимодействие пневматической шины низкого давления с дерниной / В.Н. Сиротюк // Наукові праці Львівського с.-г. інституту. – Львів, 1973. – Т. 84. – С. 19 - 20.

16. Сиротюк В.Н. Исследование реологических свойств задернелых почв и взаимодействие с ними пневматической шины низкого давления / В.Н. Сиротюк // Наукові праці Укр. с.-г. академії. – К., 1984. – С. 52 - 59.

17. Сільськогосподарські машини. Основи теорії та розрахунку : підручник / [Д.Г. Войтюк, В.М. Барановський, В.М. Булгаков та ін.]; за ред. Д.Г. Войтюка. – К. : Вища освіта, 2005. – 464 с.

18. Тимошенко С. П. Теория упругости: пер. с англ. / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 575 с.

19. Хайлис Г.А. Механика растительных материалов Г.А. Хайлис. – К.: УААН, 1994. – 335 с.

20. Nowacki W. Teoria pelzania / W. Nowacki. – Arkady, 1963. – 170 s.

## Аннотация

### Исследование процесса перекачивания рулона на опорно-приводных роликах

А.Я. Здобицький

Исследовано динамiku процесса обертывания рулонов сенажа полимерной лентой, и выведены аналитические зависимости между конструктивными, кинематическими параметрами обгортача и физико-механическими, в частности реологическими свойствами рулона спрессованной сенажной массы. Рассмотрено взаимодействие опорно-приводных роликов с рулоном сенажной массы при условии, что рулон - жесткий, а рулон сенажа вязко-упруго-пластичный. Применив принцип Вольтера выведено аналитическую зависимость, описывающую закономерности изменения параметров напряженно-деформированного состояния рулона сенажа в зависимости от модулей упругости одноосного сжатия (растяжения) и сдвига и коэффициентов относительной деформации рулона являются переменными во времени. Предложено решение условия перекачивание упруго-вязкого рулона (тюка) на жестком ролике осуществлен с использованием упругой задачи. Задав горизонтальными и вертикальными смещениями рулона, и применив соотношением Мусхелишвили и заменив операторы Вольтера параметрами Ляме получена зависимость для определения нормального давления рулона на ролик за действия касательных и нормальных напряжений, возникающих в зоне их контакта. Введя некоторые предположения, в том числе оператор является функцией коэффициента поперечной деформации и воспользовавшись соотношением Сохоцького-Племеля получено два сингулярных уравнения, с которых первое служит для нахождения нормального давления рулона и роликов, а второе – для определения касательных напряжений в зоне контакта т. Выведены аналитическую зависимость для определения касательных напряжений в точках контакта и, в зависимости от параметров ядра ползучести, модулей упругости первого и второго рода, скорости качения, радиуса ролика, коэффициента поперечных и продольных деформаций и начального и длительного нормальных напряжений.

**Ключевые слова:** обматыватель, рулон сенажа, ролик, ядро ползучести, резольвента, модуль упругости, деформация, напряжение.

---

**Abstract****Research of bale rotation process on the supporting-driving rollers****A.Ja. Zdobytskyi**

The dynamics process of haylage bale wrapping by polymeric tape is researched and the analytical dependences among constructive and kinematic parameters of wrapper and physical-mechanical, especially rheological properties of the compressed haylage mass bale are formulated. The interaction of support-drive rollers with the haylage bale is considered due to condition of hard roller and visco-elastic-plastic bale of haylage. Applying the principle of Voltaire the analytical dependence describing the patterns of parameters change of haylage bale deflected mode depending on the of elastic modulus of uniaxial compression (stretching) and shear with the bale strain coefficients are derived which are the variable over time. A solution of the dependence of roll/move of the elastic-viscous roll (bale) on the hard roller using an elastic task is proposed. According to given the horizontal  $U_{k[x]}$  and vertical  $V_{k(x)}$  displacements of the bale, with applying of the Muskhelishvili ratio and replacing Voltaire operators by the Lamé parameters the dependence of bale normal pressure on rollers are obtained for actions tangential and normal tensions arising in the area of contact. After entering the some assumptions, including that the  $\chi$  operator is a function of the coefficient of transverse deformation and using the Sohotskyio-Pleme ratio two singular equation are received. The first of which serves to determine of the  $P_{(s)}$  normal pressure of rollers and bale, and the second – to determine of the shear tensions  $\tau$  in the contact zone. Analytical dependence for determining the shear tensions at the  $x = -a$ ,  $x = b$ ,  $c_1 = 0$  points of contact is obtained depending on parameters of kernel of creeping, elastic modulus of the first and second type, speed of rolling, roller radius, coefficient of transverse and longitudinal strain and initial and long-term normal tensions.

**Keywords:** *wrapper, bale haylage, roller, creep kernel, resolvent, elastic modulus, deformation, tension.*

---

**Представлено від редакції: В.І. Мельник / Presented on editorial: V.I. Melnik**

**Рецензент: М.В. Бакум / Reviewer: M.V. Bakum**

*Подано до редакції / Received: 16.09.2015*