

Мобільні і стаціонарні енергозасоби та їх елементи Mobile and stationary power units and their elements



УДК 621.01:531.01

До дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою і урахуванням нерівності опорної поверхні

І.В. Галич¹, Р.В. Антощенко², В.М. Антощенко

*Харківський національний технічний університет сільського господарства
 ім. П. Василенка (м. Харків, Україна), ¹galich_iv@ukr.net,
²roman.antoshchenkov@gmail.com*

В роботі наведено метод дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою, що враховує нерівності опорної поверхні. Наголошено, що для вирішення наукової проблеми динаміки тракторів та сільськогосподарських агрегатів необхідно провести дослідження динаміки, визначити взаємозв'язок між динамічними та енергетичними показниками їх функціонування. Різноманіття конструкцій та технологічних схем із різними способами агрегування потребують підвищення кількості математичних моделей для дослідження динаміки та оцінки ефективності їх використання і, відповідно, способів агрегування. Тому необхідно обґрунтувати методологію дослідження динаміки сільськогосподарських агрегатів, що дозволить ефективно визначити їх характеристики з урахування схем агрегування та одночасною оцінкою впливу опорної поверхні на динаміку й енергоефективність. Запропоновано математичну модель просторової динаміки трактора. Складено рівняння кінематичних зв'язків характерних точок трактора. Використано рівняння Апеля для складання рівнянь динаміки трактора, що враховує форму опорної поверхні. Досліджено математичну модель трактора. Отримано залежності швидкостей точок кінематичної моделі трактора, що не вироджуються при прямолінійному русі трактора. Точки взаємодії коліс із ґрунтом обрано, як миттєво нерухливі. Рама трактора, як тверде тіло та без урахування неголономних зв'язків, має шість ступенів свободи та шість незалежних швидкостей. Встановлено, що з урахуванням кута зламу піврам трактора та неголономного зв'язку, миттєвого центра швидкостей, кількість незалежних швидкостей стає чотири. Виконано теоретичне дослідження руху трактора ХТЗ-242К.20 з постійною швидкістю руху та заданому куті зламу піврам. Розраховано траєкторії руху трактора. Профіль опорної поверхні прийнятий рівним, без нахилу до горизонту.

Ключові слова: трактор, динаміка, моделювання, кінематична схема, опорна поверхня.

Вступ. Задачі чисельного моделювання динаміки довільних механічних систем у теперішній час мають найважливіше значення в багатьох галузях техніки, таких як автомобілебудування, авіація, ракетно-космічна техніка, машинобудування, робототехніка, верстатобудування та ін. [1]. При дослідженні динаміки сільськогосподарських агрегатів досліджується їх рух під впливом сил.

Аналіз основних публікацій та досліджень. Для вирішення наукової проблеми динаміки тракторів та сільськогосподарських агрегатів необхідно провести дослідження динаміки, визначити взаємозв'язок між динамічними та енергетичними показниками їх функціонування [2, 3].

Математичні моделі, що використовуються для дослідження динаміки даних агрегатів переважно враховують рух в одній площині [4, 5]. Під

час дослідження плоско-паралельного руху розглядаються задачі динаміки [6, 7], стійкості та керованості машино-тракторних агрегатів й прямолінійності рядків посівів. Відповідно, вплив нерівності опорної поверхні та коливань елементів агрегату досліджується в поздовжньо-вертикальній площині [8]. Взаємний вплив динаміки в двох площинах на прикладі багатоелементних та комбінованих сільськогосподарських агрегатів, раніше не був досліджений.

Різноманіття конструкцій та технологічних схем із різними способами агрегування потребують підвищення кількості математичних моделей для дослідження динаміки та оцінки ефективності їх використання і, відповідно, способів агрегування. Тому необхідно обґрунтувати методологію дослідження динаміки сільськогосподарсь-

ких агрегатів, що дозволить ефективно визначати їх характеристики з урахування схем агрегування та одночасною оцінкою впливу опорної поверхні на динаміку й енергоефективність.

Метою роботи є обґрунтування методу дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою, що враховує нерівності опорної поверхні.

Основна частина. Дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою, що враховують нерівності опорної поверхні потребують складання кінематичних схем, динамічних та математичних моделей досліджуваної машини. Тому, складено кінематичну схему трактора з шарнірно-з'єднаною рамою (рис. 1).

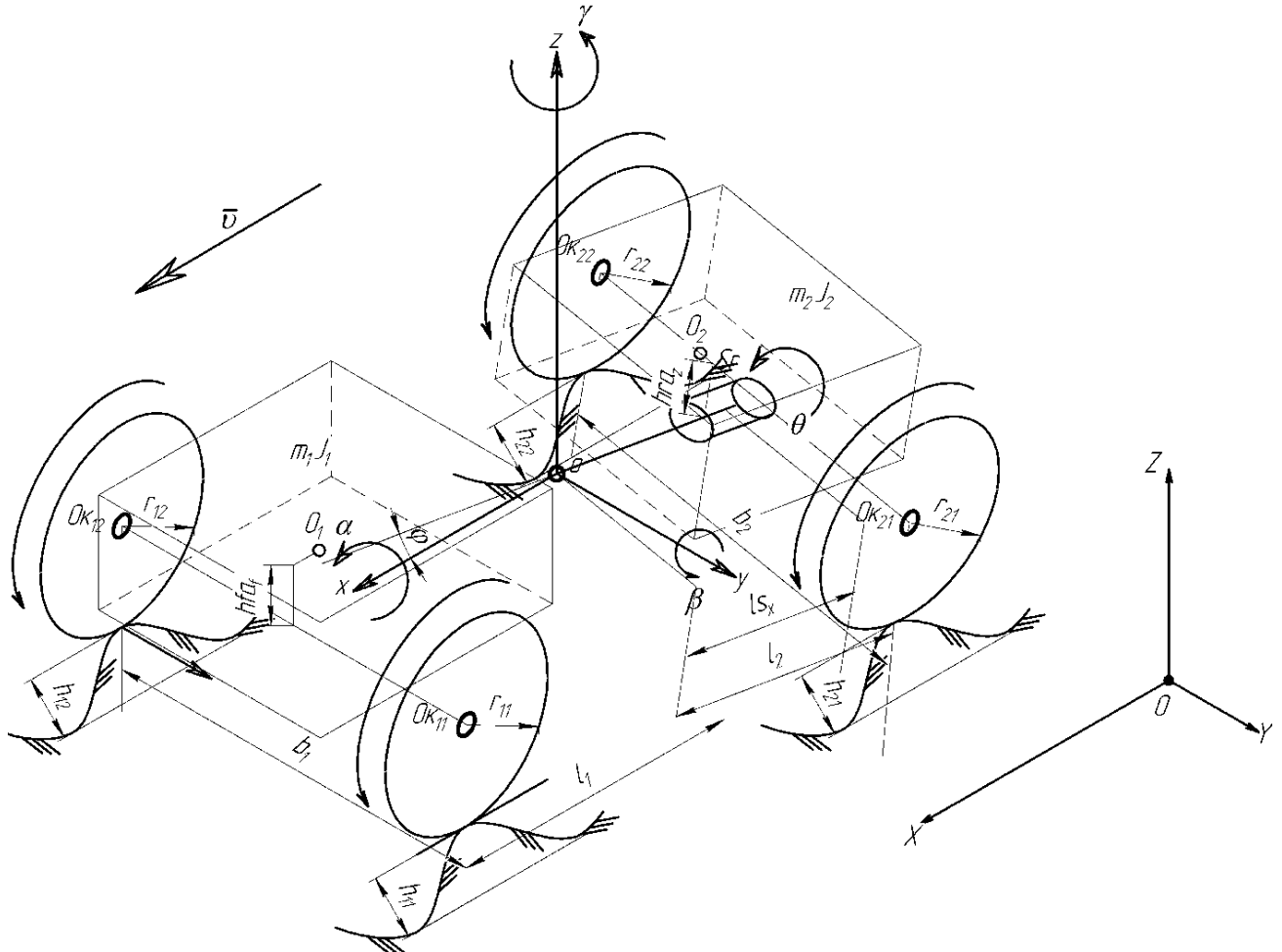


Рис. 1. Кінематична схема трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

Розглянемо кінематичну схему (рис. 1) та динамічну модель трактора з шарнірно-з'єднаною рамою (рис. 2), де використаємо такі позначення: $XOYZ$ – глобальна система координат; $xoyz$ – зв'язана система координат; t, O – центр мас трактора; t, O – центр глобальної системи координат; α, β, γ – кути повороту трактора навколо відповідних осей x, y, z ; m – маса трактора; J_x, J_y, J_z – приведені моменти інерції трактора щодо відповідних до осей; v – поступальна швидкість руху; $h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}$ – висота профілю опорної поверхні для переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; l – база трактора; l_1 – відстань від центра

мас до осі передніх коліс; l_2 – відстань від центра мас до осі задніх коліс; b_1 – колія передніх коліс; b_2 – колія задніх коліс; hfa_z, hra_z – відстань від центра мас трактора до осі передніх і задніх коліс по осі z ; $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ – радіус переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого колеса; $P_{k11}, P_{k12}, P_{k21}, P_{k22}$ – дотична сила тяги на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах; $P_{f11}, P_{f12}, P_{f21}, P_{f22}$ – сила опору ковзання переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; $P_{\delta 11}, P_{\delta 12}, P_{\delta 21}, P_{\delta 22}$ – сила бічного відведення переднього лівого, переднього правого, заднього

лівого, заднього правого коліс; N_{k11} , N_{k12} , N_{k21} , N_{k22} – нормальна сила реакції на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах; C_{w11} , C_{w12} , C_{w21} , C_{w22} – приведена жорсткість шини переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; k_{w11} , k_{w12} , k_{w21} , k_{w22} – приведений коефіцієнт демпфування шини переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; M_{k11} , M_{k12} , M_{k21} , M_{k22} – крутний момент на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах.

Як керуючий вплив на агрегат прийнято кут зламу піврам трактора ψ .

Горизонтальні складові швидкостей центрів коліс (точніше складові цих швидкостей у площині рами трактора), позначено як $\vec{v}_{C_{11}xy}$, $\vec{v}_{C_{12}xy}$, $\vec{v}_{C_{21}x}$, $\vec{v}_{C_{22}x}$ (рис. 3). Складову швидкості центру повороту напіврам (т. А) трактора позначено, як \vec{v}_{Axy} .

Ці складові мають модулі, пропорційні відстаням центрів коліс до миттєвого центру швидкостей – т. Р. Тоді їх рівняння мають вигляд:

$$\frac{v_{Axy}}{PA} = \frac{v_{C_{11}xy}}{PC_{11}} = \frac{v_{C_{12}xy}}{PC_{12}} = \frac{v_{C_{21}x}}{PC_{21}} = \frac{v_{C_{22}x}}{PC_{22}}. \quad (1)$$

Виражено відстані, що входять у (1), через конструктивні параметри рами та кут ψ для того, щоб уникнути виродженості цих формул при $\psi = 0$. Тому, виражено всі швидкості, що туди входять, через швидкість v_{Axy} :

$$PE = \frac{l_2 + l_1 / \cos \psi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{l_1 + l_2 \cos \psi}{\sin \psi};$$

$$PC_{21} = PE - \frac{b}{2};$$

$$PC_{22} = PE + \frac{b}{2};$$

$$PA = \sqrt{PE^2 + l_2^2};$$

$$PB = \sqrt{PA^2 - l_1^2};$$

$$PC_{11} = PB - \frac{b}{2};$$

$$PC_{12} = PB + \frac{b}{2}.$$

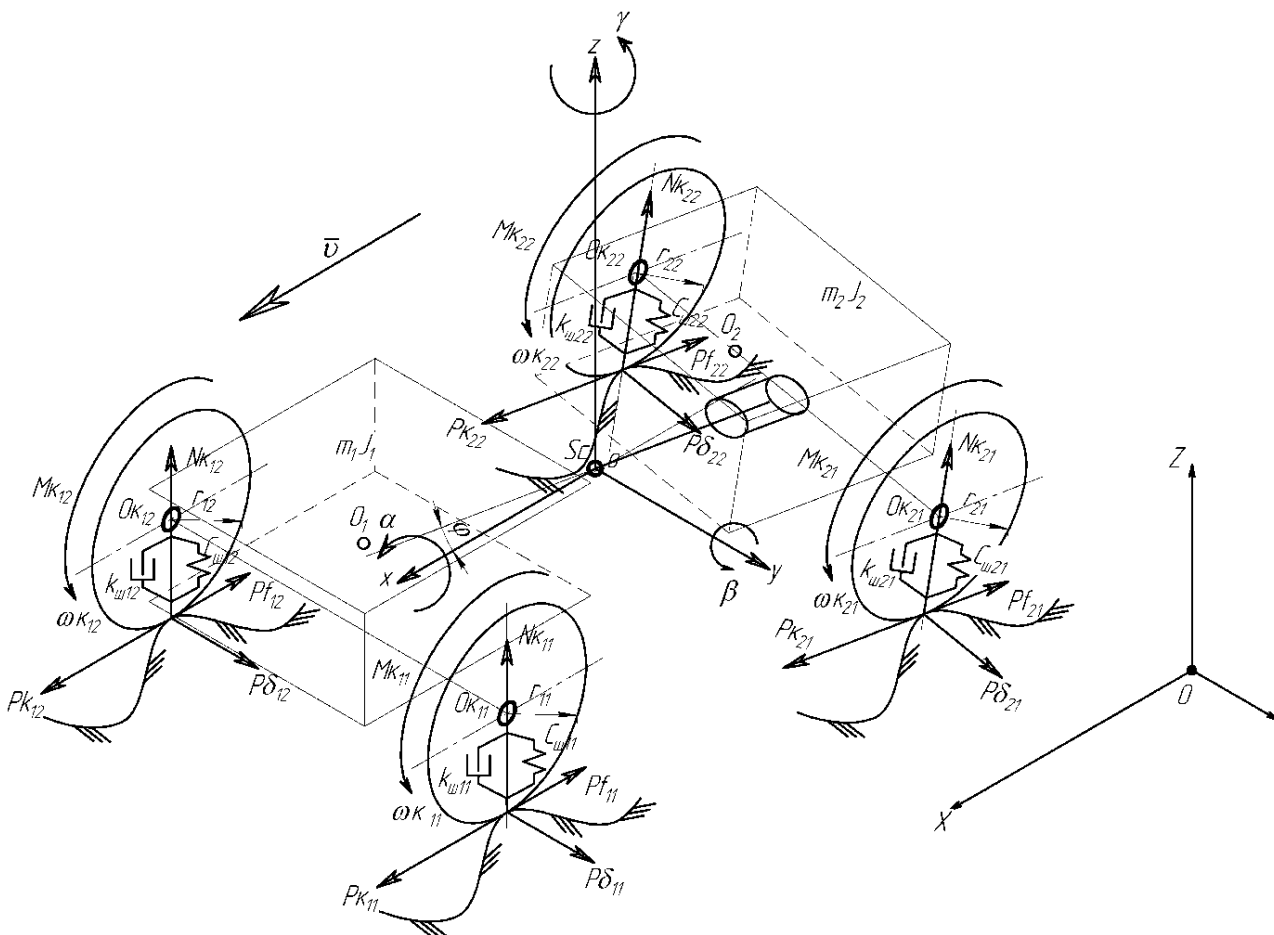


Рис. 2. Динамічна модель трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

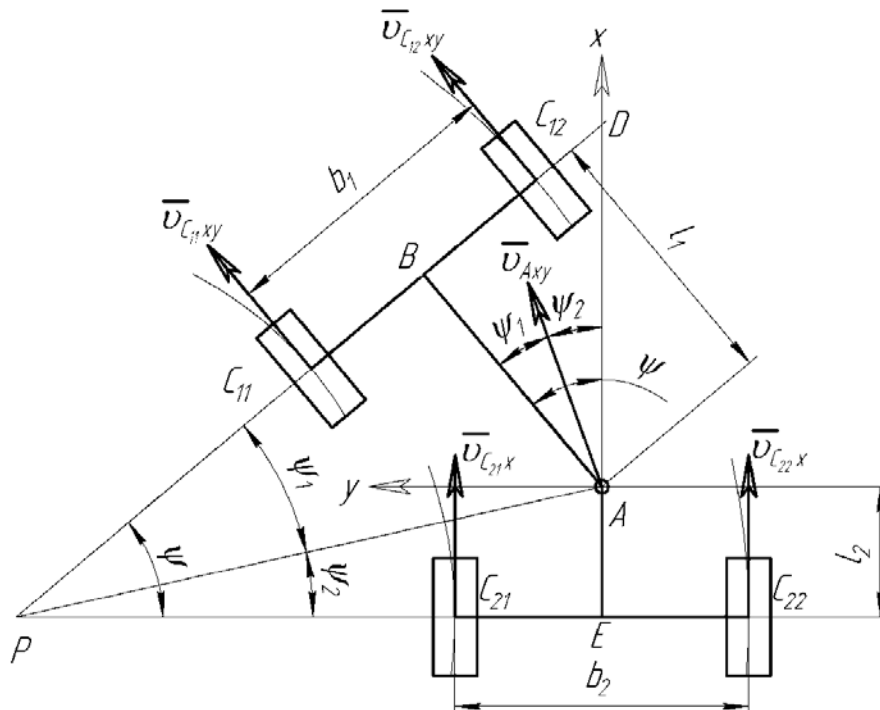


Рис. 3. Розрахункова схема повороту трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

Позначено $\beta_1 = b/2l_1$ та $\beta_2 = b/2l_2$, і тоді одержано:

$$\begin{aligned}
 v_{C_{11}xy} &= v_{Axy} \frac{PB - b/2}{PA} = \\
 &= v_{Axy} (\cos \psi_1 - \beta_1 \sin \psi_1); \\
 v_{C_{12}xy} &= v_{Axy} \frac{PC_{12}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_1 + \beta_1 \sin \psi_1); \\
 v_{C_{21}x} &= v_{Axy} \frac{PC_{21}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_2 - \beta_2 \sin \psi_2); \\
 v_{C_{22}x} &= v_{Axy} \frac{PC_{22}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_2 + \beta_2 \sin \psi_2).
 \end{aligned} \quad (2)$$

Рівняння неголомних зв'язків (2) забезпечує кочення коліс у своїх площинах.

Залежності для кутів ψ_1 і ψ_2 мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \sin \psi_1 &= \frac{l_1}{PA} = \frac{l_1}{\sqrt{PB^2 + l_1^2}} = \frac{(l_1/PB)}{\sqrt{1 + (l_1/PB)^2}}; \\
 \sin \psi_2 &= \frac{l_2}{PA} = \frac{l_2}{\sqrt{PE^2 + l_2^2}} = \frac{(l_2/PE)}{\sqrt{1 + (l_2/PE)^2}}
 \end{aligned}$$

але:

$$\frac{l_1}{PB} = \frac{l_1 \sin \psi}{l_2 + l_1 \cos \psi}, \quad \frac{l_2}{PE} = \frac{l_2 \sin \psi}{l_1 + l_2 \cos \psi}.$$

Тому:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi + (\alpha_2 + \cos \psi)^2}}, \\
 \psi_2 &= \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi + (\alpha_1 + \cos \psi)^2}},
 \end{aligned} \quad (3)$$

де $\alpha_1 = l_1/l_2$, $\alpha_2 = l_2/l_1$.

Залежності (2)-(3) не вироджуються при $\psi = 0$, тобто при прямолінійному русі трактора [9]. Точки взаємодії коліс із ґрунтом є миттєво нерухливими, тому:

$$\begin{aligned}
 \omega_{11} &= \frac{v_{C_{11}xy}}{z_{C_{11}}}, \\
 \omega_{12} &= \frac{v_{C_{12}xy}}{z_{C_{12}}}, \\
 \omega_{21} &= \frac{v_{C_{21}x}}{z_{C_{21}}}, \\
 \omega_{22} &= \frac{v_{C_{22}x}}{z_{C_{22}}}.
 \end{aligned}$$

Вектор \vec{v}_{Axy} являє собою проекцію вектору швидкості шарніра повороту на площину рами. Його знайдено через компоненти вектору абсолютної швидкості центру мас ($\dot{X}_A, \dot{Y}_A, \dot{Z}_A$), скориставшись матрицею повороту S_{abc}^{cb} [1] від абсолютної системи координат до пов'язаної із трактором. Тоді формула для цих компонентів має вигляд:

$$\begin{aligned}
 S_{abc}^{cb} &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C_\beta C_\gamma + S_\alpha S_\beta S_\gamma & C_\alpha S_\gamma & -S_\beta C_\gamma + S_\alpha C_\beta S_\gamma \\ S_\alpha S_\beta C_\gamma - C_\beta S_\gamma & C_\alpha C_\gamma & S_\alpha C_\beta C_\gamma + S_\beta S_\gamma \\ C_\alpha S_\beta & -S_\alpha & C_\alpha C_\beta \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

де $C_\alpha = \cos \alpha$, $C_\beta = \cos \beta$, $C_\gamma = \cos \gamma$, $S_\alpha = \sin \alpha$, $S_\beta = \sin \beta$, $S_\gamma = \sin \gamma$.

Одержимо залежність швидкості т. А в площині ху:

$$\vec{v}_{Axy} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{Y}_A \\ \dot{Z}_A \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Виражено складову швидкості шарніра через кутову швидкість ω_z ,

$$v_{Axy} = \omega_z \cdot PA,$$

та отримано:

$$\vec{v}_{Axy} = (\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha) \cdot PA \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (4) і (5), розв'язано рівняння відносно \dot{X}_A, \dot{Y}_A та отримано:

$$\begin{aligned} \dot{X}_A &= \frac{[PA(\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha) \cos(\gamma + \psi) + \dot{Z}_A \sin \beta]}{\cos \beta}, \\ \dot{Y}_A &= \frac{PA(\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha)[C] - \dot{Z}_A \sin \alpha}{\cos \alpha \cos \beta}. \end{aligned} \quad (6)$$

де $C = \cos \beta \sin(\gamma + \psi) - \sin \alpha \sin \beta \cos(\gamma + \psi)$.

Таким чином, у трактора шарнірно-з'єднаної компоновки 10 узагальнених координат. З урахуванням неголономних зв'язків (1) і (6), ця система має 4 ступені свободи. Рівняння (1) та (6) дозволяють одержати вираження шести залежних узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від інших незалежних.

Оскільки:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \psi_{11} &= \frac{PB - 0,5b}{l} = \frac{PB}{l} - \mu = \operatorname{ctg} \psi - \mu, \\ \operatorname{ctg} \psi_{12} &= \operatorname{ctg} \psi + \mu, \end{aligned}$$

та

$$\operatorname{tg} \psi_{11} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{1 - \mu \operatorname{tg} \psi}, \quad \operatorname{tg} \psi_{12} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{1 + \mu \operatorname{tg} \psi},$$

то швидкості точок $v_{C_{11}xy}, v_{C_{12}xy}$ виражено через швидкість т. В:

$$\begin{aligned} v_{C_{11}xy} &= \frac{v_{C_{21}x}}{\cos \psi_{11}} = v_{C_{21}xy} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_{11}} = \\ &= v_{C_{21}xy} \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \psi + (1 - \mu \operatorname{tg} \psi)^2}}{1 - \mu \operatorname{tg} \psi} = \\ &= v_{Bx} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \psi + (1 - \mu \operatorname{tg} \psi)^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} v_{C_{12}xy} &= \frac{v_{C_{22}x}}{\cos \psi_{12}} = v_{C_{22}xy} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_{12}} = \\ &= v_{C_{22}xy} \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \psi + (1 + \mu \operatorname{tg} \psi)^2}}{1 + \mu \operatorname{tg} \psi} = \\ &= v_{Bx} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \psi + (1 + \mu \operatorname{tg} \psi)^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Кутову швидкість повороту трактора в площині рами визначено:

$$\omega_z = \frac{v_{Bx}}{PB} = \frac{v_{Bx}}{l} \frac{l}{PB} = \frac{v_{Bx} \operatorname{tg} \psi}{l}. \quad (9)$$

Незалежними швидкостями трактора обрано псевдошвидкості v_{Bx}, v_{Bz} ($v_{By} \equiv 0$), і ω_x, ω_y (ω_z визначається з (9)).

Кінематичний вираз для швидкості т. В має вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{v}_B^{CB} &= \vec{v}_C^{CB} + \vec{\omega}^{CB} \times \vec{CB}^{CB} = \\ &= \mathbf{S}_{a6c}^{3B} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -l_2 & 0 & -h \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{S}_{a6c}^{CB} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_y h \\ \omega_x h - \omega_z l_2 \\ \omega_z l_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{S}_{a6c}^{3B} &= \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{23} & t_{33} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} C_\beta C_\gamma + S_\alpha S_\beta S_\gamma & C_\alpha S_\gamma & -S_\beta C_\gamma + S_\alpha C_\beta S_\gamma \\ S_\alpha S_\beta C_\gamma - C_\beta S_\gamma & C_\alpha C_\gamma & S_\alpha C_\beta C_\gamma + S_\beta S_\gamma \\ C_\alpha S_\beta & -S_\alpha & C_\alpha C_\beta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

Де \mathbf{S}_{a6c}^{3B} – матриця переходу від абсолютної до зв'язаної системи координат трактора (великими літерами позначені: C – \cos , S – \sin , відповідно до кутів, позначених нижнім індексом) [10].

Одержано 3 рівняння, що зв'язують 7 швидкостей (ω_z виражено з (9), а $v_{By} \equiv 0$):

$$\begin{aligned} t_{11} \dot{X} + t_{12} \dot{Y} + t_{13} \dot{Z} + \omega_y h &= v_{Bx} \\ t_{21} \dot{X} + t_{22} \dot{Y} + t_{23} \dot{Z} + \omega_x h - \omega_z l_2 &= 0 \\ t_{31} \dot{X} + t_{32} \dot{Y} + t_{33} \dot{Z} + \omega_y l_2 &= v_{Bz} \end{aligned}$$

та визначено псевдошвидкості:

$$\begin{aligned} v_{Bx} &= t_{11} \dot{X} + t_{12} \dot{Y} + t_{13} \dot{Z} - h \omega_y, \\ \omega_x &= \frac{\lambda t_{11} \operatorname{tg} \psi - t_{21}}{h} \dot{X} + \frac{\lambda t_{12} \operatorname{tg} \psi - t_{22}}{h} \dot{Y} + \\ &+ \frac{\lambda t_{13} \operatorname{tg} \psi - t_{23}}{h} \dot{Z} - \lambda \operatorname{tg} \psi \omega_y, \\ v_{Bz} &= t_{31} \dot{X} + t_{32} \dot{Y} + t_{33} \dot{Z} - l_2 \omega_y. \end{aligned} \quad (12)$$

Без урахування неголономних зв'язків рама має, як тверде тіло, 6 ступенів свободи та 6 незалежних швидкостей $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_x, \omega_y, \omega_z$. З урахуванням кута ψ та неголономного зв'язку, як миттєвого центра швидкостей у площині C_{xy} , кількість незалежних швидкостей стає 4 – $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_y$, а швидкості будь-яких точок і дві складові кутової швидкості визначаються за (1)-(10) та (12).

З урахуванням обертання коліс число ступенів свободи зростає ще на 4. Однак їх кутові швидкості виражено через проекції швидкостей тт. $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ на площину C_{xy} . Кутова швидкість колеса має вигляд:

$$\omega_{ij} = \frac{v_{C_{ij}xy}}{Z_{C_{ij}}}, \quad (13)$$

де $Z_{C_{ij}}$ – апліката центра колеса в абсолютній системі координат.

Геометричні та кінематичні властивості динамічної моделі описано як узагальненими координатами і узагальненими швидкостями ($\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_s\}$, $\dot{\mathbf{q}} = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s\}$), так і узагальненими координатами та псевдошвидкостями ($\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_s\}$, $\dot{\boldsymbol{\pi}} = \{\dot{\pi}_1, \dot{\pi}_2, \dots, \dot{\pi}_m\}$). У першому випадку, рівняння лінійних неголономних зв'язків представлено через узагальнені координати та узагальнені швидкості у вигляді $\mathbf{A}(\mathbf{q}, t)\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, t) = 0$ і вирішено щодо залежних узагальнених швидкостей \dot{q}_1 через незалежні \dot{q}_2 :

$$\dot{q}_1 = \mathbf{B}(\mathbf{q}, t)\dot{q}_2 + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{q}, t). \quad (14)$$

Причому швидкості \dot{q}_1 і \dot{q}_2 є двома частинами списку узагальнених швидкостей $\dot{\mathbf{q}} = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2\}$ розмірністю m та $s - m$. Прийнято інший вектор за вектор псевдошвидкостей $\dot{\boldsymbol{\pi}} = \dot{q}_2$. Тому вираз (14) має вигляд:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\dot{q}_2 + \boldsymbol{\beta} \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \dot{q}_2 + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{G}(\mathbf{q}, t)\dot{q}_2 + \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{G}\dot{\boldsymbol{\pi}} + \boldsymbol{\gamma}. \quad (15)$$

Механічну систему задано в узагальнених координатах і узагальнених швидкостях, тому у якості координат інерційних елементів використовуються дугові та прямолінійні переміщення центрів мас і кути повороту тіл. Залежності цих координат від узагальнених координат задано структурами (геометричними структурами) вигляду $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, t)$. Аналогічно координати силових елементів задано за допомогою геометричних та диференціальних структур як функції узагальнених координат $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}(\mathbf{q}, t)$ або узагальнених швидкостей та псевдошвидкостей неявно $\dot{\boldsymbol{\rho}} = \dot{\boldsymbol{\rho}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$, $\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}(\dot{\boldsymbol{\pi}})$ або явно $\dot{\boldsymbol{\rho}} = \dot{\boldsymbol{\rho}}(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\pi}}, t)$. Тому програмно побудовано структурні матриці інерції, а також прискорення інерційних елементів відповідно у вигляді:

$$\mathbf{W}_J = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right],$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \frac{d}{dt} \left(\mathbf{W}_J \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \mathbf{W}_J \ddot{\mathbf{q}} + \dots,$$

або через диференціальні структури за допомогою матриці \mathbf{G} з (15):

$$\mathbf{W}_J = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \mathbf{G},$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \dot{\boldsymbol{\pi}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \mathbf{W}_J \mathbf{G} \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots = \widetilde{\mathbf{W}}_J \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

або безпосереднім диференціюванням за

псевдошвидкостями:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_J = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right],$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \dot{\boldsymbol{\pi}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \widetilde{\mathbf{W}}_J \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

і структурну матрицю силових елементів у вигляді:

$$\mathbf{W}_P = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right], \quad (16)$$

або через диференціальні структури за допомогою матриці \mathbf{G} :

$$\widetilde{\mathbf{W}}_P = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \mathbf{G}, \quad (17)$$

або безпосереднім диференціюванням за псевдошвидкостями:

$$\mathbf{W}_P = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right]. \quad (18)$$

Розглянута динамічна система (рис. 1, 2) має просторовий рух ланок, тому рівняння динаміки представлено у вигляді рівнянь Апеля [1]:

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{aligned} &\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}^T m_i \ddot{\mathbf{a}}_{C_i} + \\ &+ \widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^T ([\vec{J}_i] \cdot \vec{\varepsilon}_i + \vec{\omega}_i \times [\vec{J}_i] \cdot \vec{\omega}_i) \end{aligned} \right\} - \widetilde{\mathbf{W}}_P^T \mathbf{P} = 0, \quad (19)$$

де n – число твердих тіл у моделі; m_i , $[\vec{J}_i]$, $\ddot{\mathbf{a}}_{C_i}$, $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ – маса, тензор інерції, прискорення центра мас, кутова швидкість і кутове прискорення i -го тіла; $\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ – структурні матриці відповідно радіус-векторів центрів мас і кутових швидкостей тіл, формули для яких наведено нижче.

Вектори $\ddot{\mathbf{a}}_{C_i}$ задано в абсолютній системі координат, а вектори $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ – у пов'язаних із тілами системах координат (звичайно з осями – головними осями інерції). Структурні матриці $\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ формуються через матрицю \mathbf{G} з (15):

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}^u = \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \boldsymbol{\pi}} = \frac{\partial \vec{v}_{C_i}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} = \mathbf{W}_{C_i}^u \mathbf{G},$$

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u = \frac{\partial \vec{\omega}_i^{(i)}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} = \mathbf{W}_{\omega_i}^u \mathbf{G}.$$

Таким чином, і кінематичні параметри $\ddot{\mathbf{a}}_{C_i}$, $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ також програмно сформовано автоматично за геометричними і диференціальними структурами:

$$\ddot{\vec{r}}_{C_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right) =$$

$$= \frac{d}{dt} \left[\mathbf{W}_{C_i}^u (\mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\pi}} + \boldsymbol{\gamma}) + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right] = \widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}^u \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

$$\vec{\omega}_i^{(i)} = \mathbf{W}_{\omega_i}^u \dot{\mathbf{q}} = \widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

$$\ddot{\varepsilon}_i^{(i)} = \frac{d}{dt} (\overline{W}_{\omega_i}^u \dot{\pi} + \dots) = \overline{W}_{\omega_i}^u \ddot{\pi} + \dots$$

Матриця G у вищенаведених формулах (у транспонованому вигляді) є загальним співмножником, який винесено ліворуч. Тому, одержано рівняння у вигляді:

$$G^T = \sum_{i=1}^n \left\{ W_{C_i}^{uT} m_i \ddot{a}_{C_i} + W_{\omega_i}^{uT} \left(\begin{aligned} & [\vec{J}_i^{(i)}] \cdot \ddot{\varepsilon}_i^{(i)} + \\ & + \vec{\omega}_i^{(i)} \times [\vec{J}_i^{(i)}] \cdot \vec{\omega}_i^{(i)} \end{aligned} \right) \right\} - W_P^T P = 0. \quad (20)$$

Рівняння динаміки неголономної системи отримано лінійною комбінацією рівнянь динаміки голономної системи з коефіцієнтами, взятими з лінійної форми [11]. Для чисельного інтегрування СЗДР перетворено (20) до нормальної форми Коші в псевдокоординатах:

$$\begin{cases} \dot{q} = v, \\ \dot{v} = M^{-1} F, \end{cases} \quad (21)$$

де $M = \sum_{i=1}^n \{ W_{C_i}^T m_i W_{C_i} + W_{\omega_i}^T [\vec{J}_i] W_{\omega_i} \}$ – матриця інерції системи; F – вектор-матриця узагальнених сил системи, за винятком доданків з інерційних членів лівої частини (14), (15), що не містять узагальнених прискорень, яку одержано, підставивши в аналітичні вирази рівнянь руху псевдоприскорення, що дорівнюють нулю, й взявши результат зі зворотним знаком, тобто: $F = -U|_{\ddot{\pi}=0}$.

Перше рівняння (21), при $v = \dot{\pi}$, збігається з виразом залежних узагальнених швидкостей через псевдошвидкості. Початковими умовами для системи (21) будуть значення узагальнених координат і незалежних узагальнених швидкостей (псевдошвидкостей) у початковий момент часу:

$$q|_{t=0} = q_0, \pi|_{t=0} = \pi_0.$$

Динамічна модель трактора (рис. 1, 2) має чотири узагальнених координати, тобто чотири ступені свободи. Вектор узагальнених координат має вигляд:

$$\dot{q} = [X^T, Y^T, Z^T, \beta^T]^T \quad (22)$$

де X^T, Y^T, Z^T – повздовжня, поперечна та вертикальна координата центра мас трактора.

В якості незалежних координат із залежними варіаціями обрано:

$$v = [\alpha^T, \gamma^T, \phi_{11}^T, \phi_{12}^T, \phi_{21}^T, \phi_{22}^T]^T, \quad (23)$$

де $\phi_{11}^T, \phi_{12}^T, \phi_{21}^T, \phi_{22}^T$ – кути повороту коліс трактора (переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого) навколо осі обертання;

Рівняння незалежних координат із залежними варіаціями у формі Коші мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}^T = \frac{a^T \dot{X}^T + b^T \dot{Y}^T + c^T \dot{Z}^T}{\cos \gamma^T - d^T \sin \gamma^T} - \frac{\beta^T (d^T \cos \gamma^T + \sin \gamma^T)}{\cos \gamma^T - d^T \sin \gamma^T}; \\ \dot{\gamma}^T = \alpha^T \beta^T + v B_x^T \frac{t g \gamma^T}{l^T}; \\ \dot{\phi}_{11}^T = \frac{v C_{11xy}}{Z_{C_{11}}^T}; \quad \dot{\phi}_{12}^T = \frac{v C_{12xy}}{Z_{C_{21}}^T}; \\ \dot{\phi}_{21}^T = \frac{v C_{21xy}}{Z_{C_{21}}^T}; \quad \dot{\phi}_{22}^T = \frac{v C_{22xy}}{Z_{C_{22}}^T}. \end{cases} \quad (24)$$

Розв'язано систему лінійних рівнянь (21) методом Краута [12] за допомогою ССКА «КиДиМ» [13]. Чисельно систему рівнянь у формі Коші (21) вирішено в GNU Octave [14].

Висоту профілю опорної поверхні задано для лівого та правого борта колісного трактора окремо:

$$\begin{cases} h_{11} = h_n(t); \\ h_{12} = h_n(t); \\ h_{21} = h_n(t + t_0); \\ h_{22} = h_n(t + t_0); \\ t_0 = l/v, \end{cases} \quad (25)$$

де $h_n(t), h_n(t)$ – функція висоти профілю опорної поверхні для лівого та правого борта трактора; l – база трактора; v – швидкість руху.

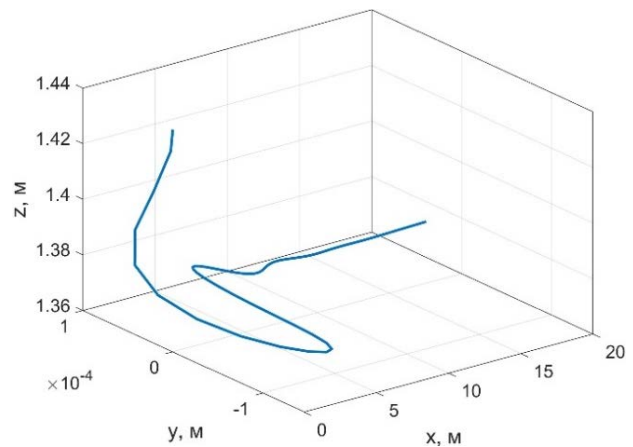


Рис. 4. Траекторія руху трактора при $\psi = 0$, рад., $v = 2,8$, м/с

Виконано теоретичне дослідження руху трактора ХТЗ-242К.20 з постійною швидкістю руху 2,8 м/с та заданому куті злому піврам 0, 0,15 та 0,45 рад. Профіль опорної поверхні прийнятий рівним без нахилу до горизонту $h_n(t) = 0, h_n(t) = 0$. Розраховано траекторії руху трактора (рис. 4-6). На початку руху трактора присутній перехідний процес, що виявляється

зниженні по вертикалі положення центра мас трактора на 30-40 мм.

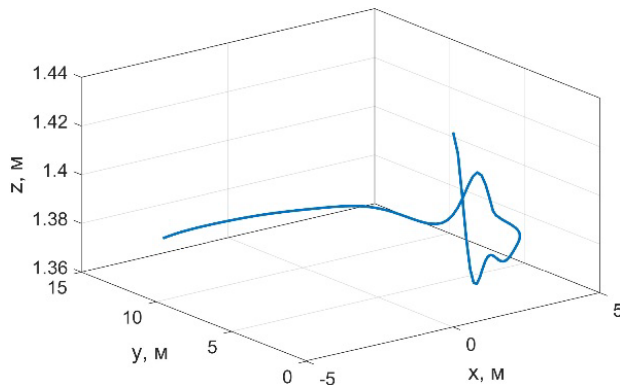


Рис. 5. Траєкторія руху трактора при $\psi = 0,15$, рад., $v = 2,8$, м/с

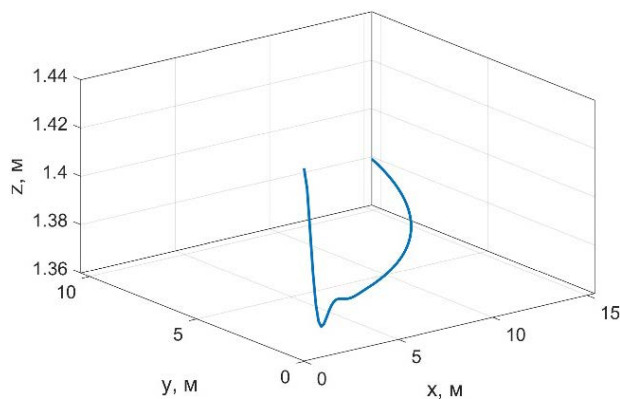


Рис. 6. Траєкторія руху трактора при $\psi = 0,45$, рад., $v = 2,8$, м/с

Висновки

1. Дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою, що враховують нерівності опорної поверхні потребують складання кінематичних схем, динамічних та математичних моделей досліджуваної машини. Отримано залежності швидкостей точок кінематичної моделі трактора, що не вироджуються при $\psi = 0$, тобто при прямолінійному русі трактора. Точки взаємодії коліс із ґрунтом обрано, як миттєво нерухливі.

2. Рама трактора, як тверде тіло та без урахування неголономних зв'язків, має 6 ступенів свободи та 6 незалежних швидкостей $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_x, \omega_y, \omega_z$. Встановлено, що з урахуванням кута ψ та неголономного зв'язку, як миттєвого центра швидкостей у площині C_{xy} , кількість незалежних швидкостей стає 4 – $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_y$.

3. Виконано теоретичне дослідження руху трактора ХТЗ-242К.20 з постійною швидкістю руху 2,8 м/с та заданому куті злому піврам, який дорівнює 0, 0,15 та 0,45 рад. Розраховано траек-

торії руху трактора. Профіль опорної поверхні прийнятий рівним, без нахилу до горизонту $h_n(t) = 0, h_{n'}(t) = 0$.

Література

1. Тостолуцкий В. А. Математическое моделирование и анализ процессов в шасси колесных и гусеничных машин / под ред. Волонцевича Д. О. Х.: НТУ «ХПИ», 2013. 171 с.
2. Антощенко Р. В. Динаміка та енергетика руху багатоелементних машинно-тракторних агрегатів: монографія. Х.: ХНТУСГ, 2017. 244 с.
3. Andreev Y., Antoshchenkov R. Dynamics of multielement agricultural aggregates taking into account nonholonomic constraints and spatial motion. *Nonlinear Dynamics – 2016: Proceedings of 5th International Conference (September 27-30, 2016) / National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute" at al. Kharkov, 2016. PP. 48-56.*
4. Лебедев А. Т., Калінін Є. І. Динамічна модель ґрунтообробних машинно-тракторних агрегатів з пасивними робочими органами у складі енергетичного засобу зі здвоєними шинами. *Системи обробки інформації*. 2010. № 2(83). С. 109-115.
5. Ярошенко П. М. Математична модель комбінованого посівного агрегату. *Вісник Сумського національного аграрного університету*. Суми, 2008. Вип. 3 (19). С. 62-66.
6. Антощенко Р. Теоретические исследования динамической модели колесного трактора класса 30кН. *MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences*. Lublin – Rzeslow, 2013. Vol. 15. № 7. P. 171-176.
7. Овсянников С. И., Антощенко Р. В., Саблина М. А. Оценка управляемости мотоагрегатов. *Сборник научных трудов по материалам Международной заочной научно-практической конференции актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика*. Воронеж: ВГЛТА, 2014. № 5. Ч. 3. С. 252-256.
8. Надыкто В. Т. Основы агрегатирования модульных энергетических средств: монография. *Мелитополь*: КП «ММД», 2003. 240 с.
9. Антощенко Р.В. До визначення кінематичних зв'язків, кута зламу піврам і швидкостей коліс трактора шарнірно-з'єднаної компоновки. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження*. Львів: ЛНАУ, 2014. Вип. 18. С. 178-183.
10. Андреев Ю. М. Численно-аналитическое решение обратной задачи динамики дискретных систем. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2007. № 2/4 (26). С. 10-13.
11. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. М.: Наука, гл. ред. физ-мат. лит., 1967. 520 с.

12. Белов С. А., Золотых Н. Ю. Лабораторный практикум по численным методам линейной алгебры. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2005. 235 с.

13. Андреев Ю. М. Розробка аналітичних комп'ютерних методів аналізу та синтезу динаміки машин. Х.: «ХПИ». 2009. 40 с.

14. Schmidt Hansen J. GNU Octave Beginner's Guide Paperback. USA: Packt Publishing, 2011. 280 p.

References

1. Tostolutskiy V. (2013) Matematicheskoe modelirovanie i analiz protsessov v shassi kolesnykh i gusenichnykh mashin / pod red. Volontsevicha D. O. Kh.: NTU «KhPI». 171 s.

2. Antoshhenkov R. (2017) Dynamika ta energhetyka rukhu baghatoelementnykh mashynno-traktornykh aghreghativ: monoghrafija. Kh.: KhNTUSGh. 244 s.

3. Andreev Y., Antoshchenkov R. (2016) Dynamics of multielement agricultural aggregates taking into account nonholonomic constraints and spatial motion. *Nonlinear Dynamics – 2016: Proceedings of 5th International Conference / National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute" at al. Kharkov*. PP. 48-56.

4. Lebedjev A., Kalinin Je. (2010) Dynamichna modelj ghruntoobrobnykh mashynno-traktornykh aghreghativ z pasyvnymy robochymy orghanamy u skladi energhetychnogho zasobu zi zdvojenymy shynamy. *Systemy obrobky informaciji. # 2(83)*. S. 109-115.

5. Jaroshenko P. (2008) Matematychna modelj kombinovanogho posivnogho aghreghatu. *Visnyk Sums'koghho nacional'nogho aghrarnogho universytetu. Sumy. Vyp. 3 (19)*. S. 62-66

6. Antoshchenkov R. (2013) Teoreticheskie issledovaniya dinamicheskoy modeli kolesnogo traktora klassa 30kN. *MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. Lublin – Rzeslow, Vol. 15. № 7. P. 171-176.*

7. Ovsyannikov S., Antoshchenkov R., Sablina M. (2014) Otsenka upravlyaemosti motoagregatov. *Sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy zaochnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii aktualnye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika. Voronezh: VGLTA. №. 5. Ch. 3. S. 252–256.*

8. Nadykto V. (2003) Osnovy agregatirovaniya modulnykh energeticheskikh sredstv: monografiya. Melitopol: KP «MMD». 240 s.

9. Antoshhenkov R. (2014) Do vyznachennja kinematychnykh zv'jazkiv, kuta zlamu pivram i shvydkostej kolis traktora sharnirno-z'jednanoi komponovky. *Visnyk Ljvivskoghho nacional'nogho aghrarnogho universytetu. Aghroinzhenerni doslidzhennja. Ljviv: LNAU. Vyp. 18. S. 178-183.*

10. Andreev Yu. (2007) Chislenno-analiticheskoe reshenie obratnoy zadachi dinamiki diskretnykh sistem. *Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy. № 2/4 (26)*. S. 10-13.

11. Neymark Yu., Fufaev N. (1967) *Dinamika negolonomnykh sistem*. M.: Nauka, gl. red. fizmat. lit., 520 s.

12. Belov S., Zolotykh N. (2005) *Laboratornyy praktikum po chislennym metodam lineynoy algebry*. Nizhniy Novgorod: Izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta im. N.I. Lobachevskogo, 235 s.

13. Andrijejev Ju. (2009) Rozrobka analitychnykh komp'yuternykh metodiv analizu ta syntezu dynamiky mashyn. Kh.: «KhPY». 40 s.

14. Schmidt Hansen J. (2011) *GNU Octave Beginner's Guide Paperback*. USA: Packt Publishing. 280 p.

Аннотация

К исследованиям динамики трактора с шарнирно-соединений рамой и учетом неравенства опорной поверхности

И.В. Галич, Р.В. Антощенко, В.Н. Антощенко

В работе приведен метод исследования динамики трактора с шарнирно-соединенной рамой, учитывающий неровности опорной поверхности. Отмечено, что для решения научной проблемы динамики тракторов и сельскохозяйственных агрегатов необходимо провести исследование динамики, определить взаимосвязь между динамическими и энергетическими показателями их функционирования. Многообразии конструкций и технологических схем с различными способами агрегатирования нуждаются в повышении количества математических моделей для исследования динамики и оценки эффективности их использования и, соответственно, способов агрегатирования. Поэтому необходимо обосновать методологию исследования динамики сельскохозяйственных агрегатов, позволит эффективно определять их характеристики с учетом схем агрегатирования и одновременной оценке влияния опорной поверхности на динамику и энергоэффективность. Предложено математическую модель пространственной динамики трактора. Составлены уравнения кинематических связей характерных точек трактора.

Использовано уравнение Апеля для составления уравнений динамики трактора, учитывающее форму опорной поверхности. Исследована математическая модель трактора. Получены зависимости скоростей точек кинематической модели трактора, не вырождаются при прямолинейном движении трактора. Точки взаимодействия колес с грунтом выбраны, как мгновенно неподвижные. Рама трактора – как твердое тело и без учета неголономных связей, имеет шесть степеней свободы и шесть независимых скоростей. Установлено, что с учетом угла излома полурам трактора и неголономного связи, мгновенного центра скоростей, число независимых скоростей становится четыре. Выполнено теоретическое исследование движения трактора ХТЗ-242К.20 с постоянной скоростью движения и заданному углу излома полурам. Рассчитано траектории движения трактора. Профиль опорной поверхности принят ровным, без наклона к горизонту.

Ключевые слова: трактор, динамика, моделирование, кинематическая схема, опорная поверхность.

Abstract

To study the dynamics of the tractor with articulated frame and taking into account the inequality of the supporting surface

I.V. Galych, R.V. Antoshchenkov, V.M. Antoshchenkov

The paper presents a method for studying the dynamics of a tractor with a pivotally connected frame, taking into account the unevenness of the supporting surface. It was noted that to solve the scientific problem of the dynamics of tractors and agricultural units, it is necessary to conduct a study of the dynamics, determine the relationship between the dynamic and energy indicators of their functioning. The variety of designs and technological schemes with various methods of aggregation need to increase the number of mathematical models to study the dynamics and evaluate the effectiveness of their use and, accordingly, methods of aggregation. Therefore, it is necessary to substantiate the methodology of studying the dynamics of agricultural aggregates, will allow to effectively determine their characteristics taking into account the schemes of aggregation and simultaneous assessment of the influence of the supporting surface on dynamics and energy efficiency. A mathematical model of the spatial dynamics of the tractor is proposed. The equations of kinematic relations of characteristic points of a tractor are composed. The Apel equation was used to construct the equations of the tractor dynamics, taking into account the shape of the supporting surface. The mathematical model of a tractor is investigated. The dependences of the velocities of the points of the kinematic model of the tractor are obtained; they do not degenerate with the straight-line movement of the tractor. The points of interaction of wheels with the ground are selected as instantly immobile. Tractor frame - as a solid body and without taking into account nonholonomic bonds, has six degrees of freedom and six independent speeds. It is established that, taking into account the angle of fracture of the tractor half-frames and the nonholonomic connection, the instantaneous center of speed, the number of independent speeds becomes four. A theoretical study of the movement of the ХТЗ-242К.20 tractor with a constant speed of movement and a given angle of fracture of the half-frames was carried out. Calculated the trajectory of the tractor. The profile of the support surface is assumed to be smooth, without inclination to the horizon.

Keywords: tractor, dynamics, modeling, kinematic scheme, supporting surface.

Бібліографічне посилання / Bibliography link:

Galych I.V., Antoshchenkov R.V., Antoshchenkov V.M. To study the dynamics of the tractor with articulated frame and taking into account the inequality of the supporting surface // Engineering of nature management, 2019, #2(12), p. 28 - 37.

Подано до редакції / Received: 11.039.2019