

## Техніка і технології тваринництва Engineering and technology livestock



УДК 534.2, 621.3.091.1

### Обґрунтування моделі впливу терапевтичного ультразвукового опромінювання на суглоб тварини

Г.А. Ляшенко<sup>1</sup>, І.А. Черепнєв<sup>2</sup>, В.Л. Топчий<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка  
 (м. Харків, Україна), <sup>1</sup>nice.gennady@yandex.ru, <sup>2</sup>igorchernev@mail.ru

<sup>3</sup>Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»  
 (м. Харків, Україна), t\_v\_12010@ukr.net

Розглядається питання ультразвукового терапевтичного опромінення суглоба тварини при захворюванні синовітом. Як відомо, рідина в суглобі присутня завжди, але при синовіті її кількість значно збільшується. Виконання лікувальних процедур при застосуванні ультразвукового поля має певні особливості, які дозволяють значно підвищити ефективність процесу лікування. Розрахунки інтенсивності фізіотерапевтичного впливу дозволяють одержати максимальний ефект. Суглоб тварини можливо представити його сферичною моделлю в оточенні синовіальної рідини, змішаної з ексудатом. За розрахунками наведена картина розподілу терапевтичного ультразвукового поля. Інтенсивність розсіяного терапевтичного звукового випромінювання залежить в основному від кута падіння зовнішнього випромінювання, при чому за напрямком падаючої хвилі інтенсивність розсіяного звуку найбільша. Чим більше щільність матеріалу, тим повільніше повинні поширюватися в ньому ультразвукові хвилі, якщо пружність однакова. У цьому випадку звукове поле можна розрахувати у припущення, що у результаті дії падаючої хвилі на перепоні виникає нова розсіяна хвилля, причому обидві хвилі – падаюча і розсіяна повинні дати на поверхні нормальну швидкість, що дорівнює нулю. За обраним напрямок розповсюдження плоскої падаючої хвилі вздовж від'ємної координати  $x$ , якщо жорстка сфера з радіусом  $r_0$  розміщена на початку координат, визначений звуковий тиск у падаючій хвилі. Пласка хвилля, що падає на сферичну перепону, виражена сумою сферичних хвиль, що виходять з центру сфери. Розроблена математична модель дозволяє зробити оцінку чисельних параметрів терапевтичної апаратури для лікування суглобів тварин із застосуванням ультразвукової терапії.

**Ключові слова:** ультразвукове опромінювання, звукове поле, захворювання, терапія, суглоб, модель суглоба, тварина.

**Постановка задачі, аналіз останніх досліджень.** На сьогоднішній день відомо достатньо багато засобів лікування великої рогатої худоби із запаленням суглобів за допомогою медикаментозних засобів. На жаль, протизапалювальні препарати часто викликають побічні ефекти та приводять до виникнення лікарських алергій.

Синовіт представляє собою запалення синовіальної оболонки суглоба тварини. Основною особливістю цього захворювання є те, що в порожнині суглоба з'являється серозне, або гнійне спінніння (ексудат), що не вміщує в собі крові. Як відомо, рідина в суглобі присутня завжди, але при синовіті її кількість значно збільшується. Виконання лікувальних процедур при застосуванні ультразвукового поля має певні особливості, які дозволяють значно підвищити ефективність про-

цесу лікування. Згідно даних літератури [1] в ультразвуковому полі різко підвищується швидкість розчину фармакологічних засобів.

**Мета дослідження** – обґрунтування моделі ультразвукового терапевтичного опромінення суглоба тварини, що дозволяє проводити розрахунки інтенсивності фізіотерапевтичного впливу для одержання максимального ефекту.

**Основні матеріали дослідження.** З точки зору фізики ультразвуку тканини людського тіла та тварин близькі за своїми властивостями рідкому середовищу, тому тиск на них ультразвукової хвилі може бути описаний як сила, діюча на рідину. Звукові хвилі є механічними за свою природою, оскільки в основі їх лежить зміщення часток пружного середовища від точки рівноваги.

Саме за рахунок пружності і відбувається передача звукової енергії через тканину. Швидкість поширення ультразвуку залежить, передусім, від пружності і від щільності тканини [2]. Чим більше щільність матеріалу, тим повільніше повинні поширюватися в ньому (при однаковій пружності) ультразвукові хвилі.

Відомі дані, дають можливість уявити природний склад суглоба великої рогатої худоби. На рис. 1 зображене типовий склад суглоба [1].

На рис. 1 показано, що в порожнині суглоба присутня синовіальна рідина. Як відомо [1, 2], рідина в суглобі присутня завжди, але при синовіті її кількість значно збільшується. Особливістю синовіту є те, що в порожнині суглоба з'являється серозне, або гнійне спітніння (ексудат), що не вміщує в собі крові.

З огляду на представлені схеми складу суглоба тварини (рис. 1), можливо представити його сферичною моделлю в оточенні синовіальної рідини, змішаної з ексудатом.

Модель представлена на рис. 2.

Будемо вважати кістку суглоба жорсткою пепереною на шляху розповсюдження звукової хвилі. У цьому випадку звукове поле можна розрахувати у припущені, що у результаті дії падаючої хвилі на перепоні виникає нова, розсіяна (або дифрагована) хвилля, причому обидві хвилі – падаюча і розсіяна – повинні дати на поверхні нормальну швидкість, що дорівнює нулю.

Падаючу хвиллю можемо вважати пласкою, тому що кривизна поверхні набагато перевищує довжину хвилі  $\lambda$ .

Оберемо напрямок розповсюдження плоскої падаючої хвилі вздовж від'ємної координати  $x$ , а жорстку сферу з радіусом  $r_0$  розмістимо на початку координат (рис. 2), тоді звуковий тиск у падаючій хвилі

$$p_j = p_0 e^{ikx} e^{i\omega t},$$

де  $k$  – хвильове число;  $\omega$  – кругова частота;  $p_0$  – звуковий тиск падаючої хвилі на поверхні шкіряного покрову суглоба;

$$i = \sqrt{-1}.$$

У точці  $P$   $x = r \cos \theta = r\mu$ , де  $\mu = \cos \theta$ . Позначаючи добуток  $kr$  через  $z$ , одержимо:

$$p_j = p_0 e^{ikr \cos \theta} \cdot e^{i\omega t} = p_0 e^{iz\mu} \cdot e^{i\omega t}.$$

Розкладемо пласку хвиллю на суму сферичних хвиль

$$e^{iz\mu} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m P_m(\mu),$$

де  $P_m(\mu)$  – сферична функція (поліном Лежандра) порядку  $m$ . Помножимо обидві частини

рівняння на  $P_m(\mu)$  і проінтегруємо праву і ліву частини по  $\mu$  від  $-1$  до  $+1$ .

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) \cdot e^{iz\mu} d\mu = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \int_{-1}^{+1} P_m(\mu) P_n(\mu) d\mu.$$

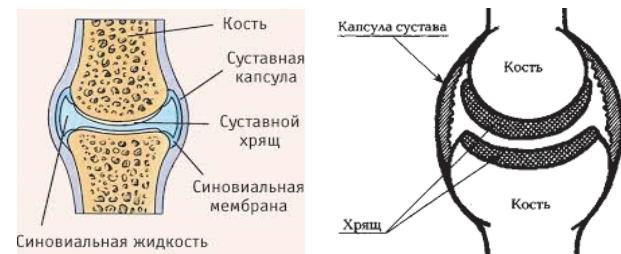


Рис. 1. Склад суглоба тварини

З теорії сферичних функцій [5] відомо, що

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \begin{cases} 0, & \text{при } m \neq n, \\ \frac{2}{2m+1}, & \text{при } m = n \end{cases}$$

З цього витікає

$$A_m = \frac{2m+1}{2} \int_{-1}^{+1} P_m(\mu) e^{iz\mu} d\mu.$$

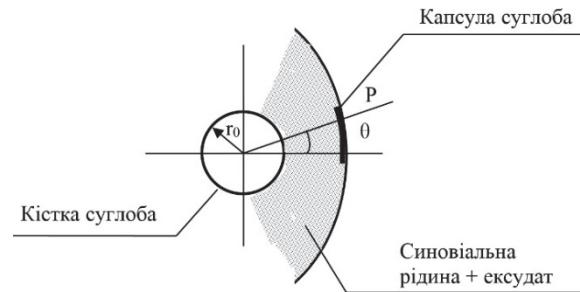


Рис. 2. Сферична модель суглоба

Можна довести [3], що інтеграл, що входить в  $A_m$ , може бути виражений функціями Бесселя напівцілого порядку від аргументу  $z$ :

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) e^{iz\mu} d\mu = 2i^m \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{m+\frac{1}{2}}(z).$$

Якщо ввести сферичні функції Бесселя  $j_m(z)$ , то для  $A_m$  одержимо

$$A_m = \frac{2m+1}{2} \cdot 2i^m \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{m+\frac{1}{2}}(z) = (2m+1)i^m j_m(z).$$

Таким чином, пласка хвилля, що падає на сферичну перепону, може бути виражена сумою сферичних хвиль, що виходять з центру сфери

$$p_j = p_0 e^{i\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) P_m(\theta) j_m(z).$$

Виходячи з [4], при значеннях  $z_0 = 2\pi r_0 / \lambda$

$>>1$  характеристика направленості розсіяного випромінювання ультразвуку приймає складну форму з цілою низкою максимумів і мінімумів. По напрямку падаючої хвилі (1) інтенсивність розсіяного звуку найбільша. В роботі Морза [5] для обрахування інтенсивності звуку, розсіяного сферою при  $z_0 >> 1$ , наводиться асимптотичне наближення

$$I = I_0 \frac{r_0^2}{4r^2} \times \left\{ 1 + ctg^2 \left( \frac{\pi - \theta}{2} \right) J_1^2 [z_0 \sin(\pi - \theta)] \right\}. \quad (1)$$

У напрямку, зворотньому падаючій хвилі, ( $\theta = 0$ ) розсіюється інтенсивність  $I_{s0} \approx I_0 \frac{r_0^2}{4r^2}$ , а у напрямку падаючої хвилі ( $\theta = \pi$ ) – інтенсивність  $I_{s\pi} \approx I_0 \frac{r_0^2}{4r^2} (1 + z_0^2)$ , яка при  $z_0 >> 1$  набагато більша ніж  $I_{s0}$  [4].

Розрахунки за виразом (1) показали, що при інтенсивності падаючої хвилі до  $0,7 \text{ Вт}/\text{см}^2$ , радіусу кістки суглоба тварини  $r_0 \approx 7\text{ см}$  ми маємо картину розподілу терапевтичного ультразвукового поля, зображену на рис. 3.

**Висновки.** З наведеного графіка витікає, що інтенсивність розсіяного терапевтичного звукового випромінювання залежить в основному від кута падіння зовнішнього випромінювання, причому за напрямком падаючої хвилі ( $\theta = \pi$ ) інтенсивність розсіяного звуку найбільша.

Розроблена математична модель дозволяє зробити оцінку чисельних параметрів терапев-

тичної апаратури для лікування суглобів тварин із застосуванням ультразвукової терапії.

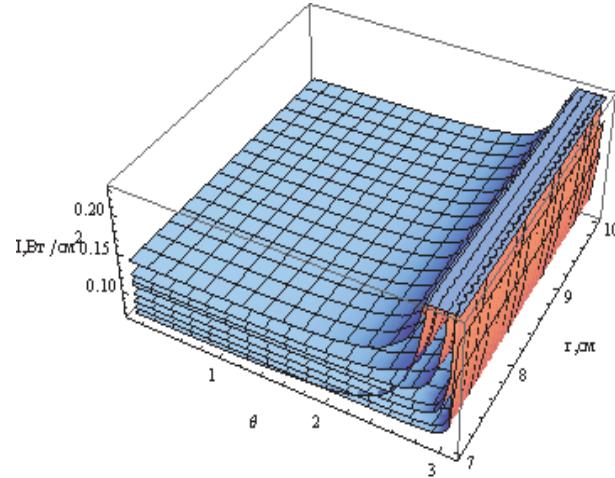


Рис. 3. Залежність розподілу інтенсивності терапевтичного ультразвукового поля в залежності від кута  $\theta$ , рад та радіусу  $r$ , см

## Література

1. Энциклопедия животноводства: Болезни в области коленного сустава [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://zhivotnovodstvo.net.ru/veterinarnaya-hirurgiya/173-bolezni-tazovyh-konechnos-tej/1525-bolezni-v-oblasti-kolennogo-sustava.html>.
2. Белановский А.С. Основы биофизики в ветеринарии: Учебное пособие для вузов / А.С. Белановский. – М.: Дрофа, 2007. – 332 с.
3. Рэлей (Дж. В. Стретт) Теория звука / Рэлей (Дж. В. Стретт). – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. Литературы, 1955. – Т. 1. – 504 с.
4. Ржевкин С.Н. Курс лекций по теории звука / С.Н. Ржевкин. Изд-во МГУ, 2005. – 336 с.
5. Морз Ф. Колебания и звук / Ф. Морз. – М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1949. – 496 с.

## Аннотация

### Обоснование модели влияния терапевтического ультразвукового облучения на сустав животного

Г.А. Ляшенко, И.А. Черепнев, В.Л. Топчий

Рассматривается вопрос ультразвукового терапевтического облучения сустава животного при заболевании синовитом. Как известно, жидкость в суставе присутствует всегда, но при синовите ее количество значительно увеличивается. Выполнение лечебных процедур при применении ультразвукового поля имеет определенные особенности, которые позволяют значительно повысить эффективность процесса лечения. Расчеты интенсивности физиотерапевтического воздействия позволяют получить максимальный эффект. Сустав животного возможно представить его сферической моделью в окружении синовиальной жидкости, смешанной с экссудатом. По расчетам приведена картина распределения терапевтического ультразвукового поля. Интенсивность рассеянного терапевтического звукового излу-

чения зависит в основном от угла падения внешнего излучения, при чем по направлению падающей волны интенсивность рассеянного звука наибольшая. Чем больше плотность материала, тем медленнее должны распространяться в нем ультразвуковые волны, если упругость одинакова. В этом случае звуковое поле можно рассчитать в предположении, что в результате действия падающей волны на пути возникает новая рассеянная волна, причем обе волны – падающая и рассеянная должны дать на поверхности нормальную скорость, равную нулю. По выбранному направлению распространения плоской падающей волны вдоль отрицательной координаты  $x$ , если жесткая сфера с радиусом  $r_0$  размещена в начале координат, определяется звуковое давление в падающей волне. Плоская волна, падающая на сферическую преграду, выражается суммой сферических волн, выходящих из центра сферы. Разработанная математическая модель позволяет сделать оценку численных параметров терапевтической аппаратуры для лечения суставов животных с применением ультразвуковой терапии.

**Ключевые слова:** ультразвуковое излучение, звуковое поле, заболевания, терапия, сустав, модель сустава, животное.

## Abstract

### Justification of the model of the influence of therapeutic ultrasonic irradiation on the joint of the animal

G.A. Lyashenko, I.A. Cherepnev, V.L. Topchiy

The question of ultrasound therapeutic radiation of a joint of an animal in case of a disease was considered sinovity. It is known that fluid is always present at a joint, but its quantity considerably increases in case of a sinovita. Accomplishment of medical procedures in case of application of the ultrasonic field has certain features which allow to increase efficiency of treatment process considerably. Calculations intensity of physiotherapeutic influence allow to gain the maximum effect. The joint of an animal represents spherical model in an environment of sinovialny fluid which is mixed with exudate. The pattern of therapeutic distribution ultrasound field by calculations has been given. Generally intensity of scattered therapeutic sound radiation depends on a hadе of external radiation at what in the direction of the falling wave intensity of a scattered sound is the highest. At identical elasticity ultrasound waves when density of material is more extend more slowly. In this case the sound field can be calculated in the assumption that action of the falling wave on the way is resulted by a new scattered wave. Both waves – falling and disseminated have to give the normal speed equal to zero on a surface. Sound pressure in the falling wave is determined by the chosen direction of distribution of the flat falling wave along negative coordinate  $x$  if the rigid sphere with a radius of  $r_0$  is placed at the beginning of coordinates. The flat wave which falls on a spherical barrier will be expressed by the sum of spherical waves which leave the center of the sphere. The developed mathematical model allows to make assessment of numerical parameters of the therapeutic equipment for treatment of joints of animals with application of ultrasonic therapy.

**Keywords:** ultrasound radiation, Sound Field, disease, therapy, joints, joints model, animal.

Представлено від редакції: Ю.Є. Мегель / Presented on editorial: Ju.Je. Megel

Рецензент: І.О. Фурман / Reviewer: I.O. Furman

Подано до редакції / Received: 19.10.2016